

Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CINAFL 1.7.192



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.192



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CFMAGL 1.7.192



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze.
CINAGL 1.7.192

1. 7. 192



SVPPLEMENTI
FRANCISCI VIETÆ,

A C

GEOMETRIÆ TOTIVS
INSTAVRATIO.



Authore
A. S. L.

Silano



PARISIIS,
Apud PETRVM DES-HAYES,
viâ Citharœdicâ, sub Rosâ Rubrâ.

M. DC. XLIIII.

Cum Privilegio Regis.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

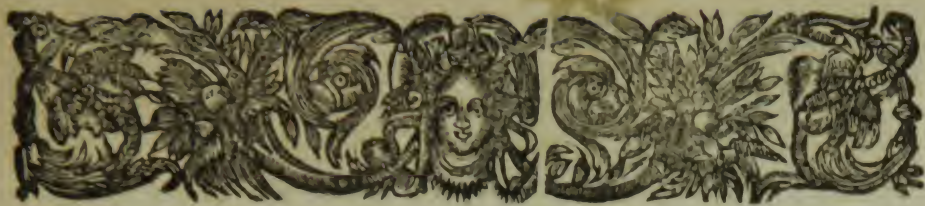
LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CHICAGO

1212 1912

1212 1912
1212 1912
1212 1912

1212 1912

1212 1912



ILLVSTRISSIMO
IOAN. BAPT. AYROLO
PATRITIO GENVENSI,

CONSTANTIUS SILANIUS NICENVS

S. P. D.



*Q*UAE de Gustus naturâ à Philosopho dicta fuere, detorqueri quoque ad maiores animæ vires posse, nullus est qui dubitet; Aliquibus nempe Disciplina quædam cordi sunt, quas minimè tamen cæteris allûbere certum est: Atque eo in censu Mathematicas Demonstrationes esse, Experientiâ constat; siue quòd præ nimia difficultate vulgares animos à sui cognitione submoueant; siue quòd Principum auctoritate solâ crescant, eorumque vice versâ commodis, ac belli, pacisque rebus promouendis potius, quàm Priuatorum studijs inseruire possint. Isti siquidem quoties bella discernunt, exercitiisve conscribunt, Mathematici Radij

officium adunare cum Sceptris consueuerunt. Imò
verò quando armorum furore cuncta perstrepunt, &
Regiones integræ flammis; Urbes verò cuniculis ful-
minalibus, ferro devastantur: tunc potissimum aliquam
Matheseos partem augeri maiorem in modum, atque
velut ex occultâ meditatione in hominum lucem, suis
potissimum operibus admirandis, erumpere conspicuum
est. Cæterum nullo negotio cognosci facilius potest, quan-
tum illi ab hominum studijs incrementi accesserit, quàm
sive ea quæ nostris temporibus subtiliter excogitata fuerunt
cum Veterum inventis conferantur: Verum quoniam
non pauca huc usque in Geometrico pulvere occulta
latent, quæ, qui vis Priscorum vestigijs insistent, velut
è latebris in apertam hominum lucem proferre frustra
tentârit; Ego propterea sæpius apud me perpendi, num
aliqua daretur via, quam ingressus, possem ejusmodi no-
dos Marte proprio dissolvere, & Mathesin ex Instau-
rato Magni Vietæ Supplemento, nobiliorem, auctio-
remque facere. Quod mihi cum ex voto penitus acci-
derit, existimaui etiam, quicquid illud tandem foret,
omni jure Tibi, VIR ILLVSTRISIME,
deberi à me; tum quia rerum istarum Peritissimus es;
cum etiam quia præter Honores, ac Magistratus,
quos in Augustissimâ Republicâ Tuâ Amplissimos
sustines, Virtutum insuper præstantissimarum, ac
humanitatis præsertim, singularisque morum suauitatis
ornamenta Tibi comparasti. Quàmobrem nisi meum
istud Inventum Tibi custodiendum obtulerim, parum

certè, vel *Authoritatem Tuam* agnovisse, quæ sola meis
paginis vitam perennem conciliare potest, aut per veteri
mea in Te observantia, conveniēter fecisse videar. Tuum
est igitur munusculum istud, quod Tibi magnâ oblatum
esse animi propensione non ignoras, pari benignitatis
affectu suscipere, mēque non tam inversi & mutati
nominis reum, quàm gratiæ, & officiorum, humani-
tatisque Tuae compotem facere; quemadmodum sanè
te facturum esse mihi pro certo persuasi. Vale. Prid.
Id. Iul. M. DC. XLIII.

Summa Privilegij Regij.

LUDOVICI XIV. Galliarum, & Navarra Regis Diplomate cautum est, ne quis in ipsius Regnis, aliisve Locis ejus Ditioni subjectis, intra proximos Annos quinque à Die primæ impressionis inchoandos, excudat, vendat; excudendum, vendendumque quovis modo, ac ratione curet, Librum qui inscribitur, *Supplementi Francisci Vietæ, ac Geometriæ totius Instauratio*, Authore A. S. L. per Extraneos, aut aliâ quâcunque viâ Editionem procurando, præter illius Libri Authorem, aut illos quibus ipse concesserit. Idque prohibitum sub pœnâ 3000. Librarum Turonensium, & alijs Originali Diplomate contra delinquentes expressis. Datum Parisijs Die Decimâ-tertiâ Nouembris, Anno Domini 1643. Ex Mandato Regis, Cancellatum, & Signatum, LE BRVN; necnon Sigillo Magno Regio munitum.

Absoluta est Prima Editio, die ultimâ Ianuarij 1644. à PETRO DES-HAYES Typographo, & Bibliopolâ Parisiensi; cui ab Authore concessa est facultas Librum cudendi, vendendique per tempus Priuilegio Regio latum.

ERRATA.

Paginâ 4. Lineâ 16. Lege, oscitantiâ. P. 7. l. 20. Vt, lege,
 Sit. P. 8. l. 10. lege, concursus. l. 18. DH. lege, FH. P.
 16. l. 11. lege, iunctaque BI, bifariâ. P. 17. l. 2. Dele,
 DO. P. 17. & 18. in vtroque Schemate, Duc lineam ab
 A, ad D. P. 18. l. vltimâ, N. lege, G. P. 19. l. 8. N. lege, G.
 P. 21. l. 5. lege, construi non poterant. l. 22. lege, *Angu-*
lum. P. 31. l. 18. + ABQ. 20. lege, — ABQ. 20. P. 46. l.
 3. lege, aut G δ , Parallela. P. 51, l. 24. lege, Anguli ACB.
 P. 54. l. 5. lege, sunt EHI, EIH. P. 55. l. 20. lege, *Æqua-*
li. P. 57. l. 3. lege, Algebræ. l. 8. po. lege, HI. l. 14. lege,
 conveniens. P. 64. l. 13. opus sit. lege, debet.



I

SUPPLEMENTI
FRANCISCI VIETÆ,
A C
GEOMETRIÆ TOTIVS
INSTAVRATIO.

NULLAM in Literarum Republicâ jacturam contingere posse maiorem illâ, quàm si Rerum præteritarum Monumenta deperant (quùm nullo deinceps instaurari ingenio possint) adeò manifestum censeatur ab omnibus, ut prolixâ non oporteat uti probatione: In reliquis verò Disciplinis, & si ad tempus, aut penitus, aliqua amittantur; successu tamen seculorum reparari, ac elegantiori educi formâ haud rarò conspiciuntur: Natura etenim vno non ita exhauritur, quin alia, etiam potiora innouare ac educere queat: immo, & quò magis progreditur, semper ad aliquid inueniendum aptiora producit ingenia. In Argumento sanè à nobis suscepto id habemus; ex eo quòd in Collectaneis Mathematicum Pappi indicata vix sint aliqua, Magno illi Apollonio Pergeò adscripta: quæ an aliquando extiterint, haud liquet: vel temporum voracitas nobis abstulit. Post igitur tot annorum curricula, ad nostra vsque tempora, Nobiles

A

Mathematicum Cultores ad eadem è tenebris educenda se conuerterunt. Quorum primus, alter verè Magnus Apollonius, fuit Franciscus Vieta Gallus, qui *Περὶ ἐπαφῶν*, siue de Tactionibus Libellum suscitauit (At ratione sanè puerilia hæc quis dixerit, si ad ea quæ ille Marte suo nobis donauit, id est vniuersam ditauit Mathesin.) Ordine deinde temporis Geometra valde acutus successit ex Bataviâ feraci VVillebrordus Snellius, qui *Περὶ διωρισμένων τομῶν*, siue De Sectione Determinatâ Opusculû: & insuper *Περὶ λόγων*; & *Περὶ χωρῶν ἀποτομῶν*: siue de Rationis, ac de Spatii Sectione evulgauit alia. Deinde Marinus Ghetaldus Geometra & Analysta insignis ex Illyrico, *Περὶ νέυσεων*, siue de Inclinationibus duobus Libris Apollonium Rediuiuum adduxit. Hisce iure omni, debet Alexander Andersonus Scorus accenseri, qui verè ingenio non vulgari, eiusdem Apollonij quædam inuestigauit Problemata; at eo in ætate florenti intercepto, plura nondum edita quæ conceperat, lucem obtinere nequiverunt. Erunt fortasse, & alii, quorum labores nostras præterierunt manus. Omnibus, si tempore posterior, indaginis tamen subtilitate ex Primis, Renatus Descartes Gallus, cui tanta fuit in vno absoluendo Problemate cura, vt quod non Euclidi, nec Apollonio, nec Aliis (eodem in Septimo Libro Pappo referente) licuit, ille maximâ dexteritate resolutum dedit. An verò in Analyticis penes Antiquos Ars progressa haberetur; quantum deinde beneficio Speciosæ Logistices à Vieta inuentæ, credendum non erit facile: & aliorum esto iudicium. Satis itaque, vt mihi videtur, ostensum fuerit nunquam deesse Naturam ad excitandum; & si in cæteris oporteret excurrere Facultatibus, ampliùs cōstaret ingenia produci: sed foret id præter assumptum. Silentio in-

terim inuolui non debet, per manus Professorum Exemplar Manuscriptum vagari (& nobis concessum fuerat) Opusculi eiusdem Apollonij de Locis Planis à D. Petro Fermatio Gallo in Tholosanâ Aulâ Consiliario eleganter restitutum: à quo tum de Locis Solidis expectabunt Studiosi ut publici fiat juris; quòd à nemine, inuito, aut inconsulto authore, debeat promulgari. Duo erât deinde, quæ ad integrandam Geometriam maximè pertinebant omni seculo desiderata Problemata: Et quia intra limites construere proprios non licuit, ad varia Antiqui se conuerterunt molimina, ut quoquo modo supplerentur; Alii per Lineare; Alii per Mechanicum; Alii verò per Solidum genus tradiderunt; hoc est, Quomodo, Inter duas Lineas Extremas, duæ Mediæ in Analogiâ Còtinuâ collocandæ essent; Et vnum erat Problematum. Alterum verò, Quomodo Angulum quemlibet Rectilineum Æqualiter Trifariam secari oporteret. Hæc duo plurimorum contorserunt ingenia, & adeò per impropria absolui genera à quibusdam ex Neotericis malè audierat, ut Vieta in suo Geometriæ Supplemento, minus committi censuit, si relictis illis, ad implorandum nouum Postulatum deueniretur: Quod erat huiusmodi; A quouis Puncto, ad duas quasvis Lineas Rectam ducere interceptam, ab ijs præfinito possibili quocumque Intersegmèto. Et hoc videlicet erat utcumque, illa duo, & alia Problemata per aliquam Concessionem expedire: Adeò ut Anguli Trisectio deduceretur ad Problema aliud, De inferendo Lineam Datam inter eductam Diametrũ, & Conuexam eiusdem Circuli Peripheriam. Postulatum deinde illud à nonnullis receptum, ut ferè ab anno 1593. quo Turoni ediderat Vieta Supplementum Geometriæ, decursu ferè quinquaginta annorum à nemine sit

A ij

reprobatum. Immò Petrus Herigonius Gallus, Scriptor elegantissimus, post absolutum suum in Stadio Mathematicum Cursum, in Appendice, siue Supplemento ad Algebram, statim in Vestibulo illud renouat, & aliqua suæ adaptat Problemata Methodo: vnde manifestè patet usque ad annum 1642. quo Parisijs editum illud est, receptum fuisse. Ita vt David Riualtus Gallus in suo adornato Archimede paulò antè, aliquos Authorum defectus excusasse rationabiliter videretur: In calce namque Libri Secundi de Sphæra, & Cylindro, hæc adnotata inuenimus. Problema Deliacum in quod incidit Propositio Prima huius Secundi Libri non soluere, neutiquam, quocumque sæculo pudori fuit vlli Geometrarum, &c.

Sed vt quod verum est asseratur, Postulatum eiusmodi nunquam Geometria purior concessit: neque, auctoritate Riualti, Authores excusari queunt, vt eorum oscitantia in ipsammet facultatem Defectus rejicerentur.

Et quum iam facili negotio per propria, ac germana Principia, hæc, & plura alia Problemata mihi visum fuerit demonstrari posse: Igitur nuncio omnibus machinamenti Antiquorum remisso, ac simul Vietæo Postulato expulso, illa nos construere aggredimur: ijs tantum, quæ Communis Euclidea Schola amplectitur, admissis Principijs.

Opusculi itaque huius, Ordo erit;

Vt per aliquot Problemata doceatur, Quo pacto legitime Data Recta Linea inter Conuexum Peripheriæ, & eiusdem Circuli eductam Diametrum aptari possit, vt ad Datum pertineat Punctum.

Deinde breuiter construuntur duo Problemata à Marino Ghetaldo insoluta, in suo Variorum relicta.

Postea Diuisio Tripartita Anguli cuiuslibet succedet Plani.

Istis adnectentur aliqua Problemata Vietæ in Supplemento, & restituta per germanam constructionem dabuntur: Et ita totum illud Supplementum intra leges Geometricas, transferemus.

Heptagonum postea efformare monstrabimus, non vnicâ Methodo. Similiter & Enneagonus delineabitur.

Vlteriùs Nouâ ac Generali formâ, non tantùm Angulus Rectilineus Tripartitò, sed Quintù, & Septufariam; imò in quauis aliâ Ratione in quâ Circulum diuissse constabit, dirimetur Geometricè.

Præterea Duas Medias inter Extremas in serie Quatuor Linearum inuenire docebimus per Plana, Geometricè: Vnde resultabit ipsamet efformatio Cubi in quacumque Ratione proponatur; Quod erit verè per Plana Antiquum illud, ac Famosum Problema absolvere.

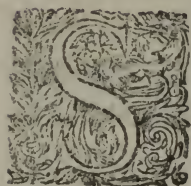
Et paucis additis finem Opusculi faciemus.



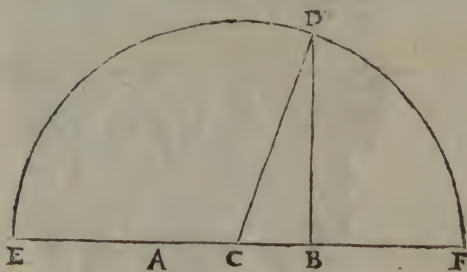


LEMMA PRIMVM.

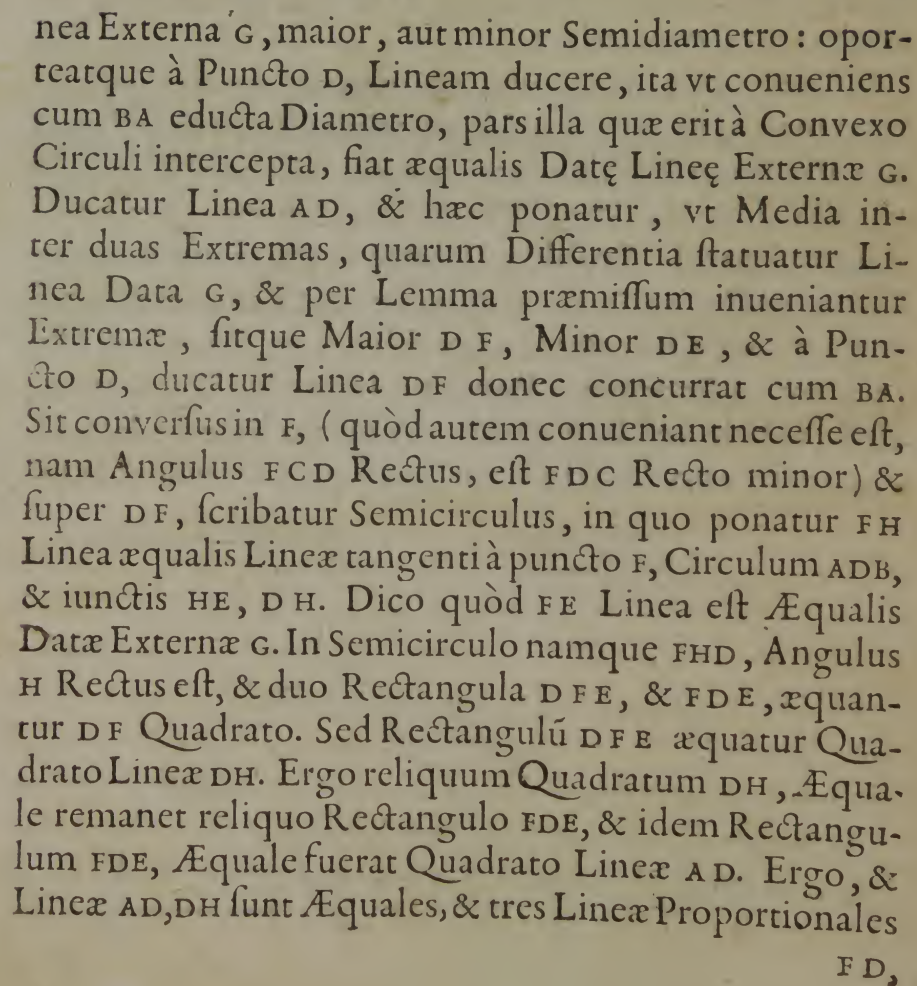
Data Lineâ Mediâ, & Extremarum Differentiâ in serie Trium Proportionalium; inuenire Extremas.



IT Linea AB Differentia duarum Extremarum, & Media BD, Oporteat inuenire Extremas. Diuidatur AB bifariam in C, & in altero Extremorum nempe B, ad Angulos Rectos ponatur BD, iunctaque CD fiat Semidiameter Circuli, & scribatur EDF, ad cuius Peripheriam producatu AB in E & F, iam ex Elementis habetur, quòd Lineæ EB, BD, BF, in Continua sint Analogia. Et cum EC, CF, Semidiametri, Æquales sint:



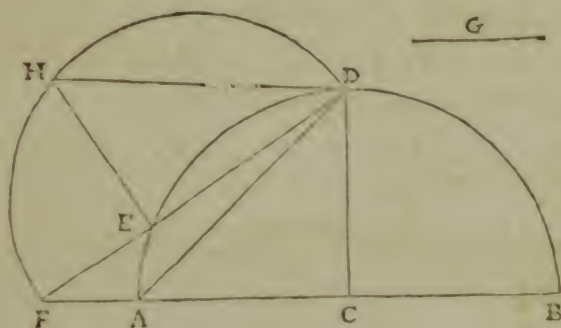
Sic & Æquales AC, CB, factæ erunt residuæ etiam EA, BF, Pares. Ideò Differentia Extremarum eadem redit AB, & Extremæ inuentæ EB, BF. Quod erat faciendum.



FD, DH, DE. Quare duo Triangula, quæ habent circa eundem Angulum FDH Latera Proportionalia, nempe Triangulum FDH, & Triangulum DHE, erunt *Æquiangula* & Similia, & cum in Triangulo FDH, Angulus FHD sit Rectus, & alter Angulus in Triangulo DHE huic Relatiuus, Rectus erit, scilicet Angulus DEH. Ergò Trium Proportionalium Extremæ, sunt FD, DE; Et illarum Differentia fit FE. At earundem Extremarum Differentia in Constructione, fuerat Linea G. Ideò FE, & G, erunt *Æquales*. At FE, pertinet ad Datum Punctum in Circumferentiâ D. Et factum erit quod oportuit.

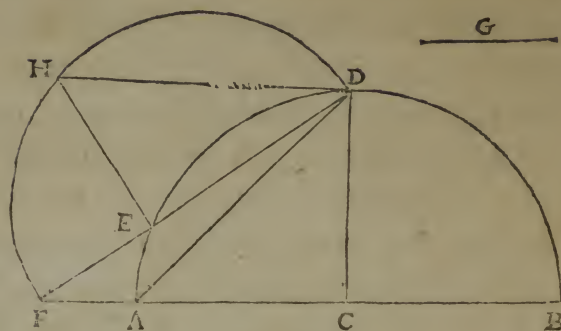
ALITER.

IN consimili Schemate, & iisdem suppositis, pro Constructione, quoniam Rectangulum BFA, vnà cum



Quadrato AC, est *Æquale* Quadrato FC; si vtrisque addatur DC Quadratum, erit Rectangulum BFA, cum duobus Quadratis AC, CD, hoc est, Quadrato AD, *Æquale* Quadratis FC, CD, id est Quadrato FD, Aut, per interpretationem, duobus Rectangulis DFE, FDE. Sed Rectangulum FDE, *Æquale*, ex Constructione, est Quadratis duobus AC, CD, siue vni Quadrato AD. Ergò

B



Rectangulum FDE , constabit ex Extremis Proportionalibus, quarum DA , Media est. Ideò FD , DA , DE , Proportionales, & Extremarum Differentia fit FE , quæ intercipitur à Convexo Peripheriæ, & Diametroeductâ. Sed earumdem Extremarum Differentia fuerat, ex Constructione, Externa Data G . Ergò FE , & ipsa G , Æquales sunt. Conueniunt namque ambo ad integrandam Analogiam Trium Proportionalium, stante Mediâ eâdem. Sed pertinet FE , ad Punctum in Peripheriâ D Datum. Ergo factum est quod oportuit.

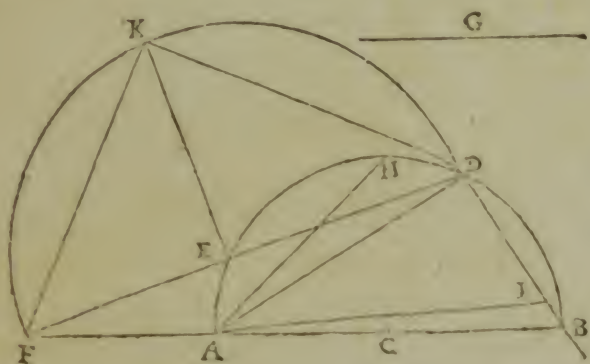
PROPOSITIO SECVNDA.

PROBLEMA SECVNDVM.

Dato Puncto in Peripheriâ ultra Quadrantis Verticem, & Lineâ Externâ, quæ iterum sit Semidiametro Major, illud idem efficere.

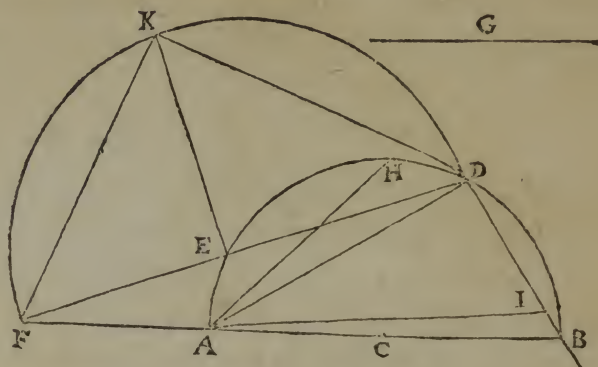
SIT Semicirculus ADB , in eo Punctum D , Linea Externa G Major Semidiametro AC . Accipiat in Quadrantis Vertice Punctum H , & ducatur AH , ejusque Quadratum à Quadrato junctæ AD auferatur, ut sit illorum Differentia, quod possit Linea DI , quæ ad

Rectos Angulos ponenda est super AD , & juncta AI , hæc Media fiat inter Extremas, quarum Differentia sit Linea Externa Data G , Inuentisque Extremis, Major sit DF ; Minor DE . A Puncto deinde D , Linea ducatur DF , donec in Diametrum BA productam occurrat; & sit Concurfus in Puncto F . Circa DF Diametrum descriptus eat Circulus DKF . Postea à Puncto F intelli-



gatur ad Semicirculum ducta Linea Tangens, quæ sit
 Æqualis FK. Ducantur deinceps KE, DK. Dico quòd
 Portio Linæ DF, scilicet FE, quæ cadit inter Periphe-
 riæ ADB Convexum, & eiusdem Circuli Diametrum,
 Æqualis erit Datæ Linæ G Externæ. Quoniam FK,
 Æqualis est Tangenti Circulum AD. à Puncto F, eius
 Quadratum Æquale erit Rectangulo DFE. Sed hoc
 Rectangulum vnà cum altero FDE Rectangulo, sunt
 Quadratum DF, Et hoc Æquatur duobus Quadratis FK,
 DK. Igitur Quadratum DK, Æquale fiet Rectangulo
 FDE. At Rectangulum FDE, Æquale fuit factum
 Quadrato AI. Ergo AI Quadratum, Æquale fit Qua-
 drato DK; Et Linea Linæ. Vnde Tres erunt Linæ Pro-
 portionales FD, DK, DE, quæ in duobus Triangulis
 DFK, DEK, circa eundem Angulum FDK consistunt.

Ergò Triangula illa sunt Similia, & Æquiangula. In Triangulo verò FDK , Angulus in Semicirculo Rectus est; Ideò in altero Triangulo $DK E$, eius Correlatiuus DEK , Rectus erit. Linea igitur KE , perpendiculariter super DF , in Puncto E cadit. Et Linea FE , fit Differentia Ex-



tremarum FD , DE , quarum Media est DK , siue AI . At in Constructione, Linea G , Differentia illarum assumebatur. Igitur G , & FE , Æquales sunt. Pertinet verò FE , ad Punctum in Peripheriâ D , Datum. Et hoc erat faciendum.

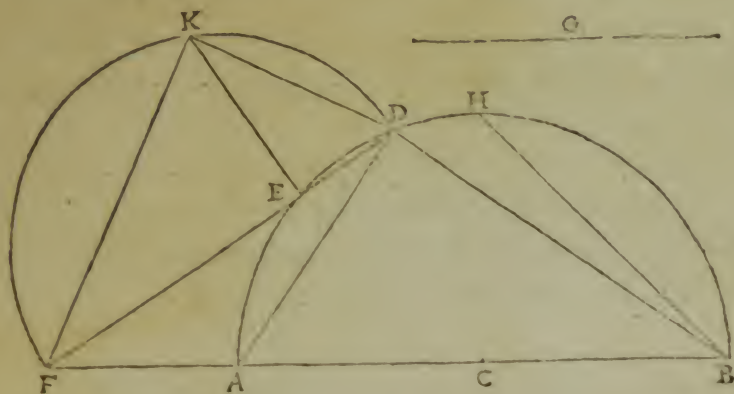
PROPOSITIO TERTIA.

PROBLEMA TERTIVM.

Dato Puncto in Peripheriâ Circuli citra Quadrantis Verticem, & Lineâ Externâ, quæ sit adhuc Semidiametro Maior, illud idem efficere.

SIT Semicirculus, in eo Punctum D , citra Verticem Quadrantis, & Linea Externa G , Maior Semidiametro AC . Ducatur AD , Et in H , bifariam Semicirculus diuidatur, iunctâque Linea BH , sumatur Differentia quadratorum BH , AD , & sit quod potest Linea DK , quæ Media accipiatur Trium Proportionalium, quarum

Differentia Extremarum fiat c Externa Data; Inuentifque Extremis ex Lemmate, fit Maior DF : Minor DE :



Et à Puncto D , in Semicirculo Dato ducatur DF , ut concurrat cum protractâ Diametro BA , & in F Puncto sit concursus.

Dico quòd FE eius pars inter Convexum Peripheriæ, & Diametrum eductam, Æqualis est Datae Externæ c , Demonstratio prorsus fiet ut suprà, quam etiam repetere non piget. Circa DF , Semicirculus eat, & FK Æque tur Lineæ Tangenti à Puncto F , Circulum ADB . Ideò Tres sunt Proportionales DF , FK , FE , & Rectangulum FDE , potest etiam Quadratum DK . Sic iterum in Analogiâ sunt FD , DK , DE . Quare in Triangulis FDK , DKE , cum Proportionales sint circa eundem Angulum FDK , sunt Similia, & Æquiangula Triangula. Et idcirco Angulus DEK Rectus, & Trium Proportionalium FD , DK , DE , Differentia Extremarum est FE Externa, & pertinens ad Punctum Datum D . Sed eadem Differentia erat in Constructione, Linea c . Ergò Æquales evadunt Lineæ FE , & c . Et factum erit quod oportuit.

ADNOTATIO.

IN sequentibus, cùm eadem possit Demonstratio institui, Nos à multiplâ repetitione abstinēbimus; præsertim quia Constructione peractâ, si quis illâ rursus opus habuerit, facilè ad præmissa regredi poterit. Cæterùm Symptomata possunt alia contingere, quæ ut parùm ab expositis sint diuersa, consultò relinquimus; & sat fuerit ostendisse ad illa Methodum.

PROPOSITIO QUARTA.

PROBLEMA QVARTVM.

*Dato in Peripheriâ Puncto ultra Quadrantis Verticem,
& Lineâ Externâ, quæ sit Semidiametro Minor, illud
idem efficere.*

SIT Semicirculus ADB : Punctum in Peripheriâ Datum D ; Et Externa Linea Semidiametro Minor G . Sumatur Quadrati Semidiametri, super Quadrato Lineæ G , Differentia; Et sit Quadratum quod possit Linea I , quæ ad Angulos Rectos super Diametro in A Puncto ponatur: sitque AK , iunctaque KB , diuidatur in L bifariam, & duo Quadrata KL , vel BL , à Quadrato Lineæ AD (priùs ductæ) auferantur, ut Differentia Quadratorum fiat, id quod potest Linea DO . Et hæc ad Rectos Angulos ponatur super AD ; si opus fuerit DB prorogetur. Postea iungatur AO , quæ quidem ut Media accipiatur inter Extremas in ordine Trium Pro-

A geometric diagram featuring a circle with several points labeled A, B, C, D, E, F, G, H, I, K, L, and M. Lines connect these points to form various geometric shapes and paths. A triangle is formed by points G, H, and I. Other lines connect points like A to B, C to D, E to F, and so on, creating a complex network of lines within and around the circle. The diagram appears to be a technical illustration from a historical text, possibly related to geometry or astronomy.

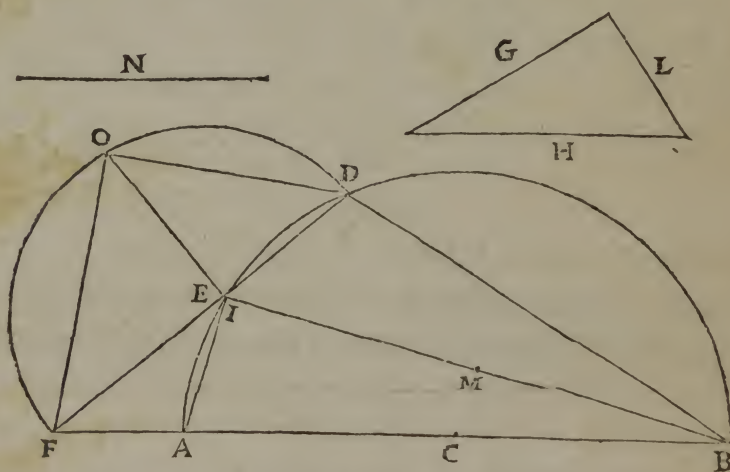
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze
CFMAGL 1.7.192

PROPOSITIO QUINTA.

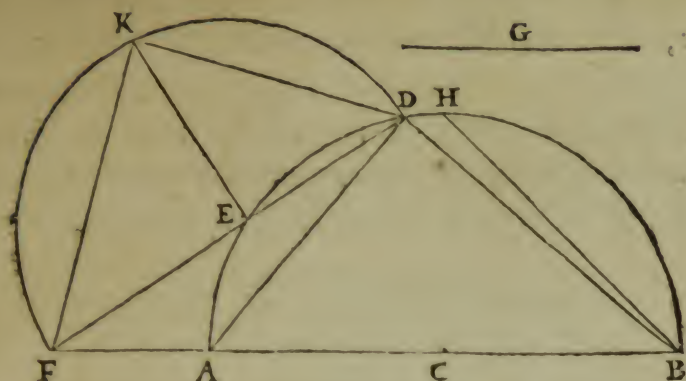
PROBLEMA QUINTVM.

Dato Puncto in Peripheriâ Circuli citra Quadrantis Verticem, Externâque Lineâ, quæ sit Semidiametro Minor, illud idem efficere.

SIT Semicirculus ADB , in eo Datum Punctum D , Externâque Linea G Minor Semidiametro. Accipia-
tur Differentia Quadratorum Semidiametri AC , & Data
Lineæ G , sitque quod potest Linea L Quadratum, &
in Circulo ex A Puncto, ponatur AI , Æqualis L , iunctâ-



que bifariam in M diuidatur, & Duplum Quadrati BM ,
aut MI auferatur à Quadrato BD , vt Differentia fiat
Quadratorum, quod Linea N possit, & hæc Linea N
ponatur Media Trium Proportionalium, quarum Diffe-
rentia Extremarum fiat Data G . Inuentisque Extremis,
Major sit DF , Minor verò DE , & à Puncto D , ducatur
 DF in concursumeductæ Diametri BA , & in
Puncto

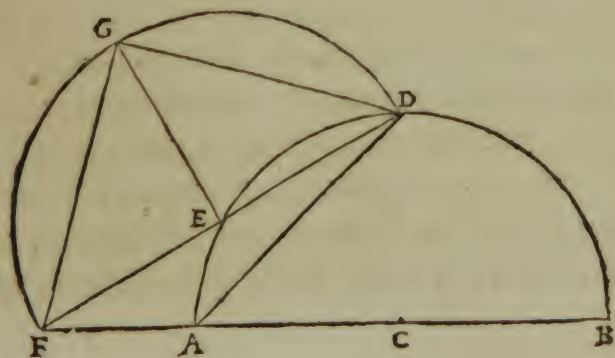


tremas, Differentia quarum sit AC Semidiameter; in-
 uentisque Extremis, Maior sit DF , Minor DE , Et à
 Puncto D , ducatur DF , ut cum productâ BA , conue-
 niat in F Puncto, & circa DF Circuli Semissis scribatur,
 in quo aptetur FK , Æqualis tangenti Circulum ADB ,
 ex eodem F Puncto, Et ducantur DK , KE , quæ vera
 sunt reliqua ordinanda: Et argumentandum ut suprà,
 Concludetur N , Æqualem DK : Et FE Differentiam Ex-
 tremarum DF , DE , Æquari Semidiametro AC . Quod
 erat propositum.

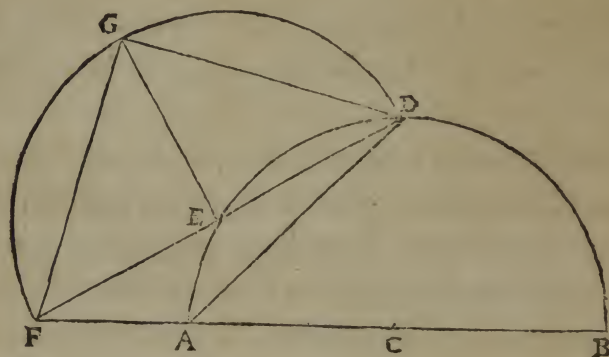
SYMPTOMA TERTIVM.

*Iisdem ut suprà positis, & Punctum D , in Vertice consistat
 Quadrantis, illud idem efficere.*

SIT Semicirculus ADB , in eo Punctum D , & Linea



Externa \AA qualis Semidiametro AC , jungatur AD , quæ ponatur, vt Media Trium Proportionalium, quarum Differentia fiat ipsa Semidiameter AC , & inuentis Extremis, Major DF , Minor DE , à Puncto D , ducatur DF , vt contingit concurrere, cum BA productâ, & fit in Puncto F ; Scribatur Semicirculus, in quo à Puncto



F ducatur, siue aptetur Linea FG , \AA qualis Lineæ Tangenti Circulum ADB , ab eodem Puncto F , Et ducantur DG , GE : Ex eâdem igitur pluries repetitâ formâ argumentandi, Concludetur DG \AA qualem AD , & Differentiam FE Extremarum, \AA qualem ipsi AC Semidiametro. Et hoc erat faciendum.

ADNOTATIO.

PAUCA hæc sufficere possent, vt Methodo Geometricâ, tota demonstraretur integra effectio Trisectionis Plani cuius-libet Anguli in \AA quas partes: Nam in hac tantum operatione à legibus Geometriæ Authores declinabant, vt Linea Data inter Convexum Peripheriæ, & eductam Diametrum aptaretur pertinens ad Datum in Peripheriâ Punctum; Libet attamen, antequàm principale illud Problema de Anguli Trisectione à no-

bis proponatur, solutionem afferre ad duo Quæsitæ, & insoluta Problemata à Marino Ghetaldo in suo Variorum relicta; quæ quidem nec ipse, qui post eadem evulgata, superfuit ad quadrantem Seculi; nec quisquam aliorum soluit: Et sanè ex tunc Datis construere poterant. Nunc verò ex superiùs à nobis deductis nullo negotio perficiuntur.

In Libro igitur variorum Problematum Ghetaldi Venetijs Anno 1607. edito, post xvij, ac xix. Problemata in Recto Angulo feliciter absoluta, ad illud quod generalius conceperat. Nimirum illa eadem sub quocumque Angulo construenda cum explere nequirit, & hoc valde optaret, in hæc verba descendit.

Magni momenti essent duo Problemata proximè præcedentia, si in omni Triangulo, non in Rectangulo tantum, construerentur; Primum enim opportunum esset ad Sectionem Anguli cujuslibet Plani, vel Circumferentiæ in tres partes Æquales. Secundum verò ad Duplicationem Cubi, proponerenturque illa duo Problemata hoc modo.

PRIMUM. *Dato uno ex Lateribus Trianguli Datum Angulum Verticis ambientibus, Datæque Differentiæ Segmentorum Basis, inuenire Triangulum.*

SECUNDUM. *Dato uno ex Lateribus Trianguli Datum Angulum Verticis ambientibus, Datoque alterno Basis Segmento, inuenire Triangulum.*

Si hæc Problemata construerentur, Secaretur, ut diximus, quilibet Angulus Rectilineus, vel Circumferentia Trifariam, Duplicaretur Cubus, atque Geometriæ supplerentur Defectus. Hæc Ghetaldus.

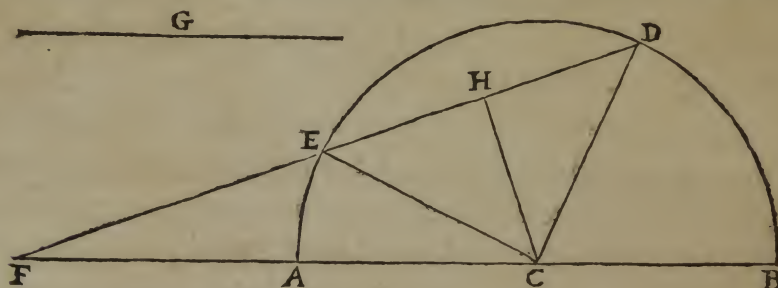
Ad illorum itaque Constructionem iter iam parauimus.

SUPPLEMENTI VIETÆ, AC
PROPOSITIO SEPTIMA

PROBLEMA SEPTIMUM.

Id, est Primum duorum Ghetaldi.

SIT Semicirculus ADB , in quo Centrum C , & Angulus Datus fit, vel fiat ACD ; Linea verò Data fit CD ad Augulum Verticis, & Differentia Segmentorum Basis G . Vt Triangulum igitur ex hisce Datis con-



struatur. A Puncto in Peripheriâ D Dato, & Lineâ Externâ G , ducatur DF , ex aliquo, ex suprà expositis, congruo Problemate; adeo vt Externa Linea FE , Aequetur G Data. Dico Triangulum quæsitum esse constructum: Nam si ducatur Perpendicularis CH , super DE , Differentia Segmentorum Basis DF , fit FE , hoc est G . Quod erat intentum.

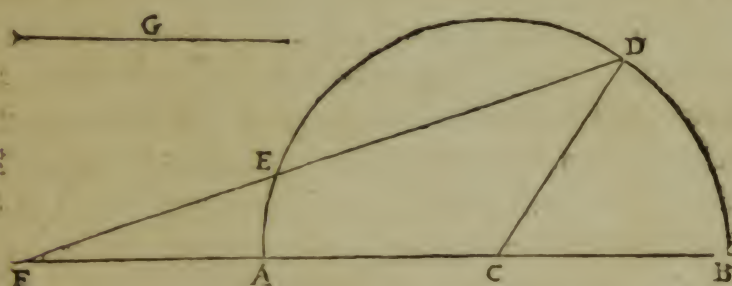
PROPOSITIO OCTAVA.

PROBLEMA OCTAVUM.

Id, est Secundum duorum Ghetaldi.

SIT Semicirculus ADB , & in eiusdem Centro C , Datus ponatur Angulus ACD : Latus verò illud consti-

tuens, fiat Semicirculi Semidiameter; & Linea G alterum Segmentum Baseos, pariter ex aliquâ ex nostris Propositionibus, vt suprà, congruâ, ipsi Puncto in Peripheriâ D , ducatur Linea DF , vt conueniens cum protractâ BA , in F , pars intercepta FE , Æqualis fiat expositæ G , & Triangulum Quæsitum erit constructum, cum Segmenta Baseos sint DE , FE . Et alternum Æquatur G , vt oportuit.



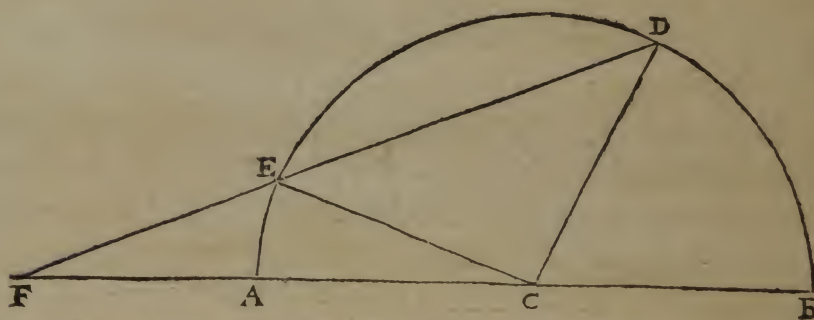
ADNOTATIO.

AD Authoris mentem fuerat hæc primùm quærenda Constructio, vt Anguli Plani deinceps haberetur Trisectio, nec data tunc erant sufficientia: quia verè priùs Methodus præcedere debuerat, quâ aptaretur Data quælibet Linea inter Peripheriâ Convexum, &eductam Diametrum: Quod nos suprà præstitimus, Vieta scilicet Supplementi Propositione ix^a, & Snellius Cyclometrici Propositione xxv^a. id apertissimè indicarunt. Et quod omninò ad Trisectionem Anguli per effectiorem Planorum (de quorum familiâ propriè est) deesse videbatur, abundè suppletum sit, ad Problema idem deuenimus.

SUPPLEMENTI VIETÆ, AC
PROPOSITIO NONA.
PROBLEMA NONVM.

*Angulum quemcumque Rectilineum Trifariam secare
Geometricè.*

Datus sit Angulus BCD , Æqualiter Trifecandus. Facto Centro in C , ad quamlibuerit Distantiam CD , Semicirculus fiat ADB , in cuius Peripheriam cum cadat Punctum D , Ab eodem ducatur Linea DF , ut intercepta pars à Convexo Peripheriæ, & Diametro productâ, nimirum FE , fiat ipsi Semidiametro AC , Æqualis. Et hoc habetur suprà in congruo Problematis Sexti Symptomate demonstratum. Dico quod Arcus DB , siue



Angulus BCD , Trifariam Æqualiter sectus erit, & eius pars Tertia erit Arcus AE , siue Ducta CE , Angulus ACE , Nam Constructi Trianguli CDF Angulus Externus BCD , valet duos CDF , CFD Internos, & Oppositos. Sed CED , Æqualis est Angulo CDE . Sed Angulus CED , Duplus est Anguli CFE , aut FCE : sunt enim Anguli ad F , & C , Æquales; quia Æqualia sunt Lateralia EF , EC . Ergo Angulus CDF , Duplus est vtriuslibet CED , ECF Angulorum. Sed Angulus Externus BCD , potest

potest duos Internos, & Oppositos ad D & F . Ergò BCD , Angulus poterit Tres Angulos \AA quales ipsi F , siue ECA . Et ideò Angulus BCD , Trisectus erit, & Pars Tertia fiet: Aut Angulus F ; aut Angulus ACE ; siue Arcus DB , Triplus erit Arcus AE . Quod erat faciendum.

CONSECTARIVM.

Manifestum igitur erit, quotiescumque Linea comprehensa Externa, ab educatâ Diametro, & Convexo Peripheriâ, \AA qualis fuerit Semidiametro eiusdem Circuli, pertinens ad Datum in Circumferentiâ Punctum, Angulum in concursu \AA qualem fieri Tertiâ Parti Anguli Externi in Centro, ut hic Angulus CFD , Pars Tertia Anguli BCD , seu Arcus BD , Triplus fiat obversus Arcus AE . Et optimè licebit sic argumentari. Angulus in Centro Trifariam sectus est. Ergò Linea Externa pertingens ad Punctum in Peripheriâ Datum Semidiametro est \AA qualis. Vel è conuerso; Ex eo quòd Linea Externa pertingens ad Punctum in Peripheriâ Datum Semidiametro \AA qualis est. Ergò Angulus in Centro \AA qualiter Trifariam sectus est, vel Arcus illi obversus.

ADNOTATIO.

CRedebant Antiqui Trisectionis Anguli cujuslibet Plani effectiōem ad Solidum pertinere Genus; unde Pappus lib. 4. Propositione 35. sic ait.

Datum quidem Angulum, vel Circumferentiam Tripartitò secare, Solidum est, ut antè ostendimus; Sed Datum Angulum, vel Circumferentiam secare in Datam Proportionem, Lineare est, &c. sic ille.

D

At non Antiqui tantum, sed omnes quotquot fuere Mathematici hactenus in eandem iuerunt sententiam. Et ut alios recensere pertranseam, Albertus Girard Geometra, & in Algebraicis versatissimus, in Opusculo illo Gallico Idiomate conscripto, *Invention nouvelle en l'Algebre*, edito 1629. in 4^o Capite de *Æquationibus Ordinatis*, in hæc prorumpit verba, paginâ 32. (*Il est impossible de couper tout Arc proposé en 3. sans user d'autres lignes que de la Droite, et Circulaire.*)

In hoc quàm longè à vero absit, iam patet; & ampliùs patebit infrà, ubi sumus ostensuri aduersus Pappum, etiam in Analogicâ Sectione Anguli, Genus Planorum non immutari; at per illud omnia absolui legitimè.

PROPOSITIO DECIMA.

PROBLEMA DECIMVM.

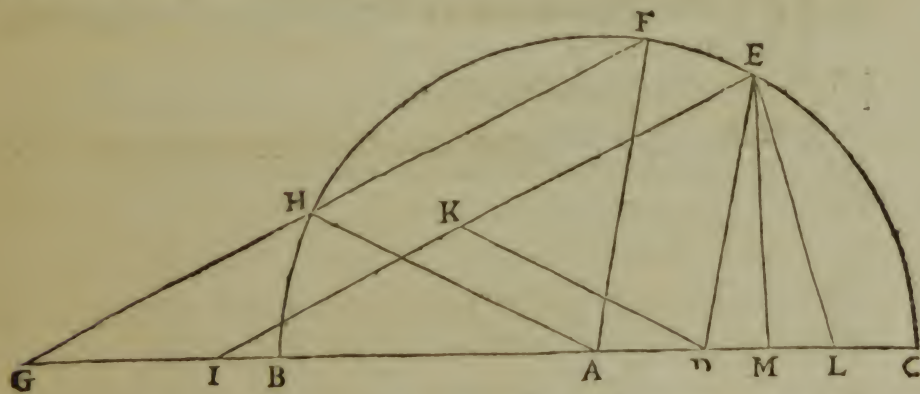
Diametrum Circuli ita continuare, ut sit Continuatio ad Semidiametrum adjunctam Continuationi, sicut Quadratum Semidiametri ad Quadratum continue Diametri.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione xix.

ANNI ultra Seculi trientem recurrunt, ex quibus mihi Venetijs agenti, Apodixis ostensa fuerat, in quâ Professores duo Clarissimi asserebant noluisse, imò etiam (pro eorum ingenuitate) nequiuisset eiusmodi Propositionis interpretationem exhibere; vel quia alijs detinerentur, ut suppono; vel quia illis nimia Authoris videbatur elegantia, id est obscuritas; vel certè quia

hærebat inconcesso Postulato, & absque fructu labor apparebat. At ipsemet Author hæc, & alia non-nulla Problemata ad Heptagoni legitimam direxerat descriptionem. Non inutile verò aut injucundum erit (excluso illo Postulato) illam, & reliquas huius generis Propositiones ad legitimam Geometriæ formam reuocare: ut inde omnia Supplementi Viætæ Problemata, à nullo Geometrarum rationabiliter repudiari possint tanquam exorbitantia; & verè Instaurata Geometria ab omnibus agnoscat: Quod fuit nostri huius Opusculi intentum.

Sit sub Centro A, Diametro BC, Circulus: Et CD sumatur pars Diametri Triens, & Semicirculi Arcus CE Triens: Ductæ ED, Parallela eidem fiat AF, & à Puncto F, agatur FG secans Peripheriam in H, ita ut HG, Semic diametro AC fiat Æqualis, (hæc illa effectio desiderabatur in Geometriâ, & Mechanico sustentabatur opificio, quam nos in integrum restituimus:) Ipsi verò FG, agatur Parallela EI, secans CG in I.



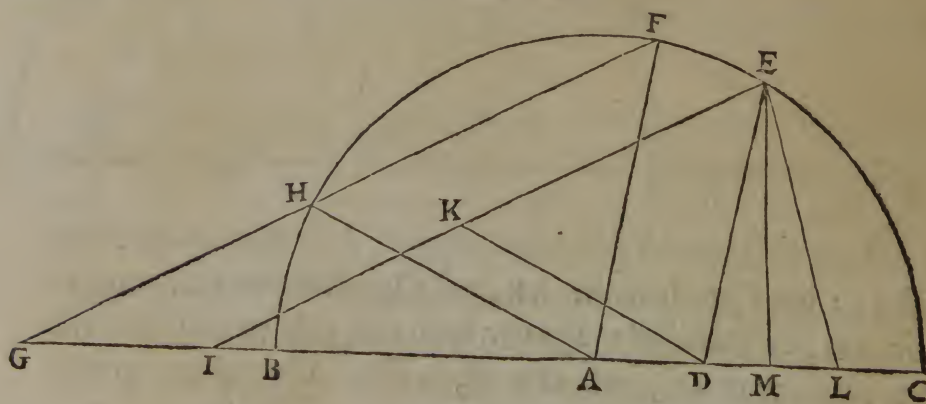
Dico factum esse quod oportuit; Esse namque ut IB, ad IA: ita Quadratum AB, ad Quadratum IC: iungatur AH, & Parallela agatur ipsi DK, & in continuatâ BC, ponatur EL, ipsi DE Æqualis. Quoniam igitur

D ij

Trianguli GHA , Crura GH , & HA , sunt $\text{\AA}qualia$, & à Basis Terminò A , educta est AF , ipsi GH $\text{\AA}qualis$; Angulus FAC , fit Triplus Anguli HAG . Triangulis autem GHA , HAF , Similia sunt Triangula IKD , KDE , Et Triangulum $\text{\AA}quicrurum$ est IKD . Sed constructum quoque est $\text{\AA}quicrurum$ Triangulum DEL , & sunt Crura DE , EL , Cruribus IK , KD , $\text{\AA}qualia$, & Angulus EDL , seu ELD , Anguli KID , seu KDI , est Triplus. Quare Cubus ex ID , Minus Solido Triplo sub ID , & Quadrato ex IK , seu DE , est $\text{\AA}qualis$ Solido sub DL , & eidem Quadrato ex DE . Est autem AD , Triens Semidiametri AC , Et cum ex E , cadit in Diametrum Perpendicularis EM , fit DM , Sextans Semidiametri: Dodrantem verò Quadrati ex AB , $\text{\AA}quabit$ Quadratum ex EM , quod quidem Quadratum ex EM , adjunctum Quadrato ex DM , valet Quadratum DE . Quadratum igitur ex DE , $\text{\AA}quat$ Dodrantem Quadrati ex AB , plus Tricesimâ sextâ eiusdem.

[a] **E**st Quadratum ex AB , ad Quadratum ex DE , sicut 9 ad 7.

[b] **I**taque Triplum Quadratum ex DE , $\text{\AA}quale$ est Quadrato Septupartienti tertias ex AB . Solidum verò



sub DL, & Quadrato ex DE, Æquabitur Cubo Septupar-
tienti Viceſimas ſeptimas ex AB. Quare Cubus ex ID,
Minùs Solido sub ID, & Quadrato Septupartiente Ter-
tias ex AB, Æqualis eſt Cubo Septupartienti Viceſimas
ſeptimas ex AB.

Atque hoc eſto Primum Illatum.

SCHOLII PARS PRIMA.

[a] *Et eſt Quadratum ex AB, ad Quadratum ex DE, ſicut 9. ad 7.*

[b] *Itaque Triplum Quadratum ex DE, Æquale eſt Quadra-
to $\frac{7}{3}$ ex AB.*

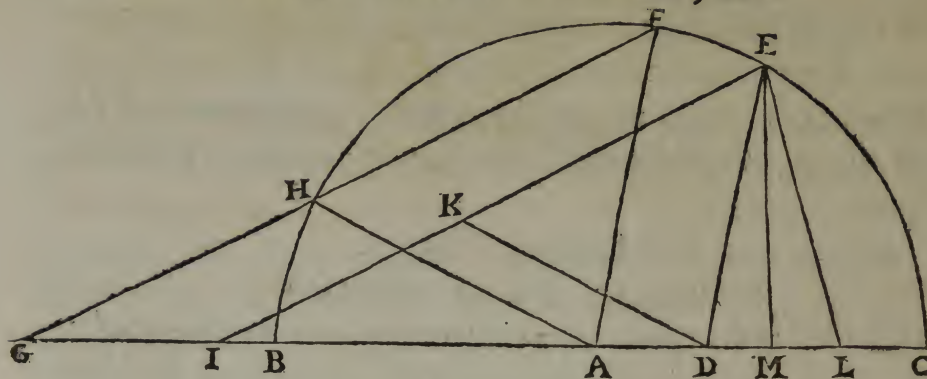
Sumitur vtriuſque termini Pars Tertia, rationis nimi-
rum 9. ad 7. Ergò DE Quadratum, ter Æquatur AB
Quadrato $\frac{7}{3}$ Solidum verò sub DL, & Quadrato DE,
Æquabitur Cubo $\frac{7}{27}$ AB: Nam Quadratum $\frac{7}{3}$ ex AB, in
AB, quæ Tripla eſt DL, facit Triplum Solidum ex DE,
Quadratum in DL, hoc eſt Quadratum $\frac{7}{9}$ ex AB, in AB So-
lidum, fit Triplum Solido DE, Quadrati in DL. Tertia
igitur Pars illius, id eſt Cubus $\frac{7}{27}$ ex AB, Æquatur DE
Quadrato, in DL. Quare

$$\begin{array}{l} \text{ID Cubus} \\ \text{— ID in AB Q. } \frac{7}{27} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{ID Cubus} \\ \text{— ID in AB Q. } \frac{7}{27} \end{array}} \right\} \text{Æquatur AB Cubo } \frac{7}{27}$$

Eſt enim Quadratum AB $\frac{7}{3}$ idem quod Triplum Qua-
dratum ex DE (ex Propoſitione xvi^a eiufdem Supplementi
Vietæ, & in Algebrâ Petri Herigonij in ſertâ ad 23. Pro-
poſitionem) ſunt duo Triangula Iſoſcelia, Angulusque
Secundi eſt Anguli ad Baſim Primi Triplus, & Latera
Æqualia ſunt. Ideò Sequitur, quòd

$$\begin{array}{l} \text{ID Cubus} \\ \text{— ID in AB Q. } \frac{7}{27} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{ID Cubus} \\ \text{— ID in AB Q. } \frac{7}{27} \end{array}} \right\} \text{— AB Cubo } \frac{7}{27}$$

Et hæc pro Illati Primi intelligentiâ clariore.



SEQUITVR AVTHORIS TEXTVS.

[c] **O**Mnia ea Solida fumantur Vicies septies. Ergò Cubus Vicies septies ex ID , Minùs Solido Ter & sexagies sub ID , & quadrato ex AB , æquatur Cubo Septies ex AB . Quâ æqualitate ad Analogiam reuocatâ, est vt quadratum ex ID Nouies, Minùs quadrato Vicies semel ex AB , ad Quadratum Septies ex AB , ita AB , ad Triplam ID . Et verò quadratum ex ID , valet Quadratum ex IA , & quadratum ex AD , vnâ cum eo quod fit sub AD , & IA Bis. Ipsa autem AD , est Triens AB . Quare quadratum Nouies ex ID , valet quadratum Nouies ex IA , Plùs eo quod fit sub IA , AB Sexies, Plùs quadrato Semel ex AB . Est igitur vt quadratum Nouies ex IA , Plùs eo quod fit sub IA , & AB Sexies, Minùs quadrato Vicies ex AB , ad quadratum Septies ex AB , ita AB ad compositam ex AB , & Triplâ IA . Quâ Resolutâ Analogiâ, cum quæ fient Solida, diuisionem quæq; à Vicenario septenario numero accipient, Cubus ex IA , Plùs Solido sub AB , & quadrato ex IA , Minùs Solido duplo sub IA , & quadrato ex AB , Æquatur Cubo ex AB .

Atque hoc esto Secundum Illatum.

SCHOLII PARS SECVNDA.

[c] *Omnia ea Solida sumantur Vicies septies. Ergò*

$$\begin{array}{l} \text{ID Cubus } 27. \\ \text{— ID, 63. in AB Q. } 7. \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{ID Cubus } 27. \\ \text{— ID, 63. in AB Q. } 7. \end{array}} \right\} \text{Æquatur AB Cubo } 7.$$

Reuocatâ ad Analogiam Æqualitate, Erit

$$\begin{array}{l} \text{vt ID Q. } 9. \\ \text{— AB Q. } 21. \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{vt ID Q. } 9. \\ \text{— AB Q. } 21. \end{array}} \right\} \text{ad AB Q. } 7. \text{ Ita AB ad ID, Triplam.}$$

Nam ex Analogiæ Resolutione, secundum Artis Præcepta, Æqualitatem restitui oportet. Sed ex Elementis,

$$\text{ID Q. valet } \left\{ \begin{array}{l} \text{IA Q.} \\ \text{+ AD Q.} \end{array} \right\} \text{+ IA in AD Bis,}$$

$$\text{AD verò Triēs est AB. Igitur ID Q. } 9. \text{ sunt } \left\{ \begin{array}{l} \text{IA Q. } 9. \\ \text{+ IA in AB, } 6. \\ \text{+ AB Q.} \end{array} \right.$$

Ideò, Erit

$$\begin{array}{l} \text{vt IA Q. } 9. \\ \text{+ IA in AB, } 6. \\ \text{+ AB Q. } 20. \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{vt IA Q. } 9. \\ \text{+ IA in AB, } 6. \\ \text{+ AB Q. } 20. \end{array}} \right\} \text{ad AB Q. } 7. \text{ Ita AB, ad ID Triplam.}$$

Hoc est ad compositam ex AB, & Triplâ IA. Quâ Resolutâ Analogiâ, & Solida diuisa per 27. Erunt,

$$\begin{array}{l} \text{IA Cubus } 27. \\ \text{+ IA Q. in AB } 18. \\ \text{— IA in AB Q. } 60. \\ \text{+ AB in AI Q. } 9. \\ \text{+ AB Q. in A } 6. \\ \text{— A Cubo } 20. \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{IA Cubus } 27. \\ \text{+ IA Q. in AB } 18. \\ \text{— IA in AB Q. } 60. \\ \text{+ AB in AI Q. } 9. \\ \text{+ AB Q. in A } 6. \\ \text{— A Cubo } 20. \end{array}} \right\} \text{Æqualia Cubo AB } 7.$$

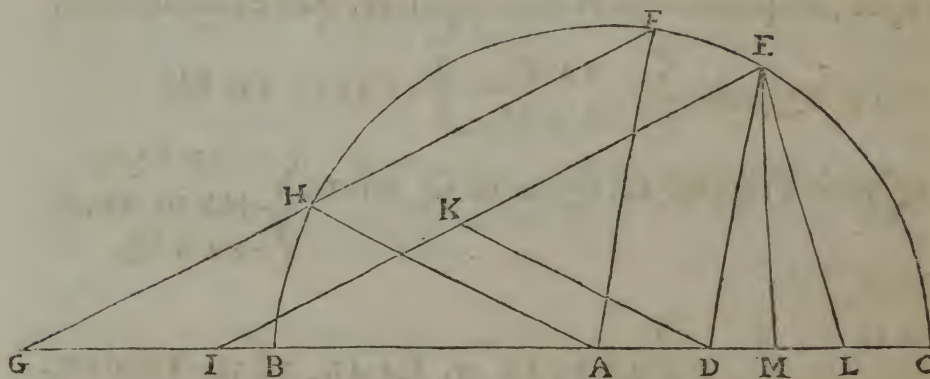
Factâ deinde Homogenearum partium translatione (ex Arte in Isagogicis traditâ, quâ non immutari Æqualitatem constat) in contrarias adfectiones, Erunt

$$\begin{array}{rcl}
 1A \text{ Cubus} & 27. & \\
 +1A \text{ Q.} & 27. \text{ in } AB & \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1A \text{ Cubus} \\ +1A \text{ Q.} \end{array}} \right\} \text{Æqualia } AB \text{ Cubo } 27. \\
 -AB \text{ Q.} & 54. \text{ in } AI &
 \end{array}$$

Et omnia diuisionem accipiant per 27. Erunt,

$$\begin{array}{rcl}
 1A \text{ Cubus} & & \\
 +1A \text{ Q. in } AB & & \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1A \text{ Cubus} \\ +1A \text{ Q. in } AB \end{array}} \right\} \text{Æqualia } AB \text{ Cubo.} \\
 -1A \text{ in } AB \text{ Q. Bis.} & &
 \end{array}$$

Et hæc pro Illato Secundo clariùs explicato.]



SEQUITVR AVTHORIS TEXTVS.

[d] **E**Adem autem Æqualitas rursus ad Analogiam reuocetur, Erit igitur,

$$\begin{array}{rcl}
 \text{vt } \left. \begin{array}{l} 1A \\ -AB \end{array} \right\} \text{ad } AB: \text{Ita } AB \text{ Q.} & \left\{ \begin{array}{l} \text{ad } 1A \text{ Q.} \\ +1A, \text{ in } AB \text{ Bis.} \end{array} \right. &
 \end{array}$$

Et per Diæresin,

$$\begin{array}{rcl}
 \text{vt } \left. \begin{array}{l} 1A \\ -AB \end{array} \right\} \text{ad } 1A. \text{Ita } AB \text{ Q.} & \left\{ \begin{array}{l} \text{ad } 1A \text{ Q.} \\ +1A, \text{ in } AB \text{ Bis.} \\ +AB \text{ Q.} \end{array} \right. &
 \end{array}$$

Et

Et interpretando,

vt IB, ad IA: Ita AB Q. ad IC Q.

Quod tandem erat Demonstrandum.

SCHOLII PARS POSTREMA.

[d] *Eadem Æqualitas ad Analogiam reuocetur, Erit*

$$\text{vt } \left. \begin{array}{l} \text{IA} \\ -\text{AB} \end{array} \right\} \text{ad AB: Ita AB Q. } \left\{ \begin{array}{l} \text{ad IA Q.} \\ +\text{IA, in AB 2.} \end{array} \right.$$

Nam Resoluendo,

$$\left. \begin{array}{l} \text{IA Cubus,} \\ +\text{IA Q. in AB 2.} \\ -\text{AB in AI Q.} \\ -\text{AB Q. in AI.} \end{array} \right\} \text{Æqualia redeunt vt suprà, ipsi AB} \\ \text{Cubo.}$$

Hoc est per Homogenearum subductionem Partium,
aut Graduum depressionem.

$$\left. \begin{array}{l} \text{IA Cubus,} \\ +\text{IA Q. in AB} \\ -\text{IA in AB Q. 2.} \end{array} \right\} \text{Æquantur AB Cubo.}$$

Et per Dixrefin Analogiæ illius,

$$\text{vt } \left. \begin{array}{l} \text{IA} \\ -\text{AB} \end{array} \right\} \text{ad IA. Ita AB Q. } \left\{ \begin{array}{l} \text{ad IA Q.} \\ +\text{IA in AB 2.} \\ +\text{AB Q.} \end{array} \right.$$

Et per interpretationem,

vt IB, ad IA: Ita AB Q. ad IC Q.

Quod erat ostendendum.

E

ADNOTATIO.

SEquentia etiam Problemata excusari poterant: At quia Exemplaria Authoris vix reperiuntur, & nisi iterum sub prælo committantur vniuersa eiusdem Opera: quemadmodum paucis abhinc annis Elzeviriana spem fecerat Typographia, magno posterorum præiudicio id succedet. Herigonius ad xviii. huius Supplementi substitit, nec reliqua prosequutus, nostræ huic Instaurationi onus videtur reliquisse, ut integrè suppleatur, & intra Geometricos fines reducatur.

PROPOSITIO VNDECIMA.

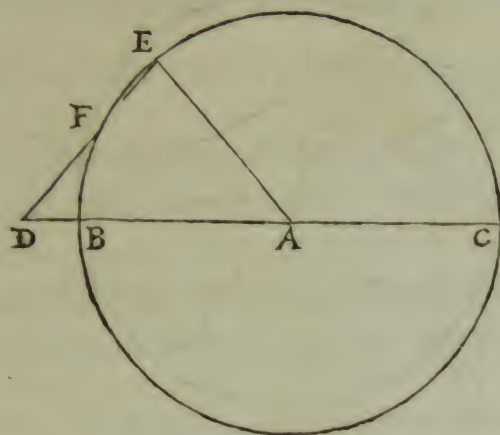
PROBLEMA VNDECIMVM.

Constituere Triangulum Æquicrurum, ut differentia inter Basin, ad alterum è Cruribus sit ad Basin; sicut Quadratum Cruris ad Quadratum Composita ex Crure, & Base.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione xx.

EXponatur Circulus sub A Centro, Diametro quacunque BC, & continuetur CB Diameter in D, ita ut DB, sit ad AD, sicut Quadratum ex AB ad Quadratum ex DC. Ex D, postea ponatur in Peripheriâ Recta DE ipsi AB æqualis, & iungatur AE.

Dico Triangulum DEA, esse quale quæritur. Crura enim ED, EA, æqualia sunt. Est autem DB Differentia inter Basin DA, & Crus AC, seu AB. Ipsa verò DC, Composita est ex DA Base, & AC, siue AB Crure. Consti-



utrum igitur Triangulum est DEA æquicrurum, ut Differentia DB , inter Basin, & Crus AE , vel DE , sit ad DA Basin, sicut Quadratum EA , vel ED , ad Quadratum Compositæ ex Base DA , & Crure EA . Quod erat Demonstrandum.

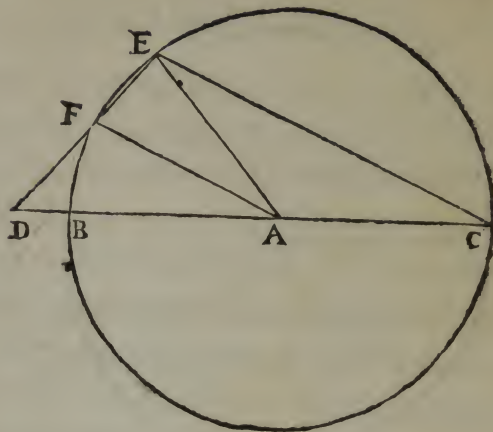
PROPOSITIO DVODECIMA.

THEOREMA PRIMVM.

Si fuerit Triangulum Æquicrurum, & Differentia inter Basin, & alterum è Cruribus sit ad Basin, sicut Quadratum Cruris ad Quadratum Compositæ ex Base, & Crure; Quæ à Terminò Basis ducetur ad Crus Linea Recta, ipsi Cruri Æquali secabit Bifariam Angulum ad Basin.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione xxi.

E ij



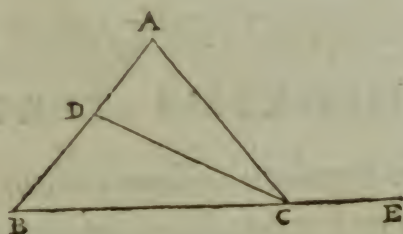
Repetatur antecedens Constructio: Actaque DE
 secet quoque Circulum in F, & iungatur AF. Dico
 AF Bifariam secare Angulum EAD. Quoniam enim ex
 Hypothesi est, ut DB ad DA, ita Quadratum ex AB, ad
 Quadratum ex DC. Ideò est ut DB ad AB, ita quod fit
 sub DA, AB, ad Quadratum ex DC. Sed DB ad DE, seu
 AB; est ut DF ad DC. Quare est DF ad DC, ut id quod
 fit sub DA, AB, ad Quadratum ex DC. Et consequenter
 est DF ad AB, seu DE; sicut DA ad DC, Et subducendo est
 DF ad FE, sicut AD ad AC. Quare connexa EC, fit ipsius
 FA Parallela. Itaque Angulus ECD, Angulo FAD est æ-
 qualis. Sed Angulus EAD, Duplus est Anguli ECD, cum
 ille sit in Centro, hic in Circumferentiâ. Angulus igitur
 EAD, sectus est Bifariam à Rectâ AF. Quod erat
 ostendendum.

PROPOSITIO DECIMA-TERTIA.

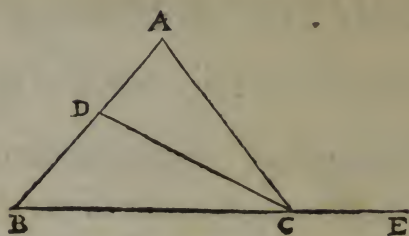
THEOREMA SECVNDVM.

Si fuerit Triangulum Æquicrurum, Quæ autem à Termino Basis ducitur ad Crus Linea Recta ipsi Cruri Æqualis, secet Bifariam Angulum ad Basin, Angulus ad Verticem Æquicruri Sesqui-alter est utriusque Angulorum ad Basin.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione xxii.



SIt Triangulum ABC, habens AB, AC, Crura Æqualia: à cuius Terminò c, cùm ducitur ad Crus ei Oppositum Recta Linea CD, Cruri Æqualis, ipsum ACB Angulum Bifariam secat. Dico Angulum BAC, esse Sesqui-alterum Anguli ABC, seu ACB. Quoniam enim à Terminò c, Basis Trianguli Æquicruri ABC, ducitur Recta CD ipsi Cruri AB, vel AC Æqualis: ideò Angulus ACE Exterior, Triplus est Anguli ACB, vel ABC. Qualium itaque Angulus ABC, seu ACB, Partium est Duarum; talium Exterior Anguli DCB, est Partium Sex. Angulus verò DCA, qui Dimidius est Anguli ACB, eorundem est vna, vt etiam Angulus DCB. Constant igitur DCB Angulus, & suus



Exterior talibus Septem Partibus : valent autem duos Rectos, sicut Tres Anguli Trianguli. Cùm igitur Anguli ABC , ACB , quilibet sint Duarum Partium, Angulus BAC , relinquitur earundem Trium. Est igitur BAC , Sesequi-alter vtriusvis Anguli ABC , seu ACB . Quod erat Demonstrandum.

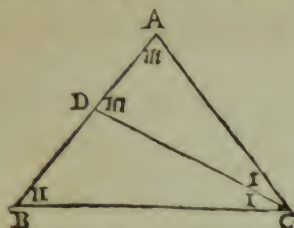
PROPOSITIO DECIMA-QUARTA.

THEOREMA TERTIVM.

Si fuerit Triangulum Æquicrurum, cuius Angulus qui existit in Vertice, sit Sesequialter vtriusque Angulorum qui sunt ad Basim, & à Terminò Basis ducatur ad Crus Linea Recta ipsi Cruri Æqualis, unde Triangulum rursus fiat Æqualium Crurum, quorum unum esteducta secans, alterum Crus Primi non sectum, Erit in isto Secundo Triangulo uterque Angulorum qui sunt ad Basim, Triplus reliqui.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione XXIII.

SIt Triangulum ABC , habens Crura AB , AC , æqualia, & sit Angulus BAC , Sesequi-alter vtriusque Angulorum ABC , ACB , Et à Terminò Basis C , ducatur in Crus AD ,



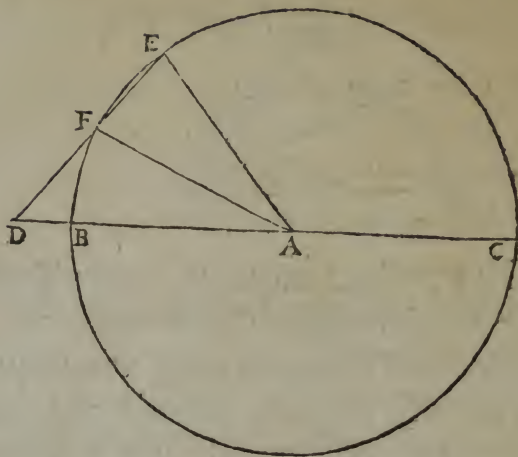
Recta CD , ipsi AB , vel AC æqualis, vnde Triangulum ACD , rursus sit æquicrurum: Crura enim CA , CD , habet æqualia. Dico in Triangulo ACD , vtrumque Angulorum ADC , DAC , esse Triplum Anguli DCA . Quoniam enim Angulus BAC , est Anguli ABC Sesqui-alter, vel ACB . Ideò qualium Partium Angulus ABC est Duarum; talium BAC , est Trium. Sed earundem, & Angulus ACB , est Duarum, cum sit Angulo ACB Æqualis: atque adeò Tres Anguli Trianguli ABC , hoc est Duo Recti æstimantur Septem. Quoniam autem Æquicrurū sit quoque Triangulum ACD habens videlicet Crus CD Cruri CA Æquale. Ideò qualium Angulus DAC , taxatus est Trium partium: talium erit totidem Angulus ADC , atque adeò Angulus ACD , Pars Vna, cum talium Duo Recti sint Septem. In Triangulo igitur ADC , Vterque Angulorum DAC , ADC , est Triplus reliqui ACD . Quod erat Demonstrandum.

PROPOSITIO DECIMA-QUINTA.

PROBLEMA DVODECIMVM.

In Dato Circulo Heptagonum Æquilaterum, & Æquiangulum describere.

Est Vietæ, in Supplemento Geometriæ, Propositione XXIV.



SIt datus Circulus, cuius Centrum A, Diameter BAC. In eo oporteat Heptagonum Æquilaterum, & Æquiangulum inscribere. Diameter BC, continuetur in D, ita vt DB, ad DA sit, vt Quadratum AB, ad Quadratum ex DC, Et in Circumferentiâ ponatur DE Æqualis Semidiametro. Dico EB, esse Arcum Heptagoni, hoc est Partem Circumferentiæ Septimam. Secet ipsa DE, Circulum in F, & iungantur Semidiametri AE, AF. Est igitur Triangulum DEA, Æquicrurum, ita constructum, vt Differentia Basis & Cruris ad Basin est, sicut Quadratum Cruris ad Quadratum Compositæ ex Base & Crure. Quare Recta AF, ipsi Cruri Æqualis, secat Bifariam Angulum ad Basin, ideòque qualium Duo Recti sunt Partium Septem; talium Angulus EAD, est Duarum. Qualium verò Quatuor Recti sunt Septem, id est tota Circumferentia; talium Angulus EAD, est Vna. Ipsius autem Anguli EAD, amplitudinem definit Arcus EB. Quare Arcus EB, Septima est Pars Circumferentiæ totius. Subtendatur igitur Septiès. Et erit in Circulo Dato inscriptum Heptagonum Regulare. Quod erat faciendum.

ADNO-

AD NOTATIO.

PRæmissas continuauimus Propositiones, vt vnà intelligatur ab Authore sic ordinatas fuisse, vt in Circulo inscriberetur Heptagonum: Quamuis perfecta descriptio ab eodem non tradatur, propterea quòd eius Postulatum claudicet. Modò verò, quùm ex nostris superiùs deductis rectà incedere Geometria videatur, legitima etiam habetur Heptagoni descriptio, contra Ioannem Kepplerum virum Doctissimum, qui Libro Harmonicorum Primo ad Propositionem 45. hisce insurgebat verbis, p. 32.

Heptagonus, & Figuræ ab eo omnes, quæ Numerum Laterum ex Primis (sic dictis) vnum habent, earumque Stellæ, totæque adeò classes ab ijs deriuatæ, extra Circulum descriptione Geometricâ carent: in Circulo et si Laterum Quantitas est necessaria, illam tamen ignorari æquè necesse est. &c. Et deinceps in corpore Propositionis p. 34. addit.

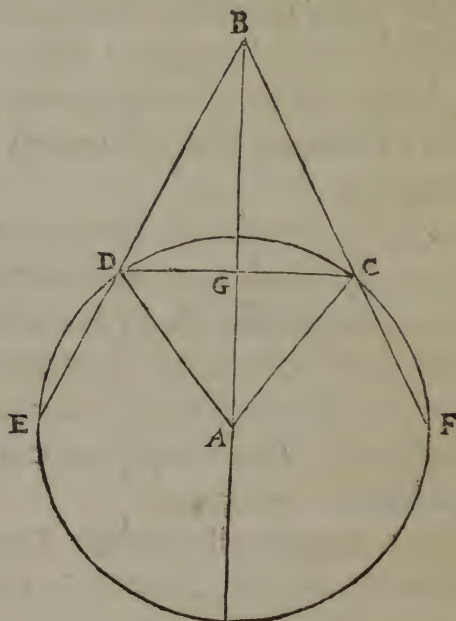
Itaque nullum vnquam Regulare Septangulum à quoquam constructum est, sciente & volente, & ex proposito agente: nec construi potest ex proposito: sed benè fortuitò construi posset: & tamen ignorari necesse est, sitne constructum, an non. Hæc ille.

Crediderat fortasse Kepplerus ex eo quòd sublime illud Vietæ ingenium ad perfectam Heptagoni delineationem non peruenerat, non esse in gradu Possibilem, aut ex Arte exhibendorum. At pro eius in Philosophando libertate, si adhuc superesset, quin sententiam retractaret non ambigimus: quòd autem non ad solam in Circulo inscriptionem coarctemur, aliâ perficiemus viâ, priùs hoc præmisso Lemmate.

F

SUPPLEMENTI VIETÆ, AC
LEMMA SECVNDVM.

Si à Puncto extra Circulum Dato, per Extrema Chordæ, ducantur secantes Lineæ Circulum, Partes intra, & extra inter se comparatæ, Æquales erunt; quum ab eodem Puncto ad Centrum, Linea Chordam ad Rectos Angulos, aut Æqualiter diuidet.



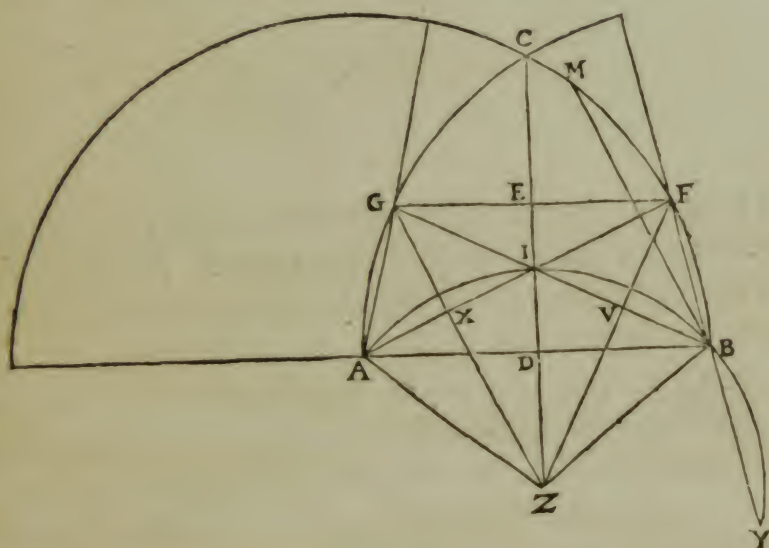
SIt Circulus, cuius Centrum A , Punctum extra Datum B , & in Circulo Chorda DC , per cuius Extrema Puncta DC , duæ veniant BDE , BCF , & tertia BGA , per Centrum taliter, vt ad Rectos insistat Angulos in G , aut Bifariam diuidat DC . Dico quod Partes Linearum BE , BF , tum extra, tum intra Circulum Æquales sunt, scilicet BD , BC , extra: DE , CF , intra. Nam iunctis DA , AC , in duobus Triangulis DAG , CAG , ex Hypothesi Anguli Recti ad G , omnes Lineæ Æquales coniunguntur. Ergo Anguli DAG , CAG Æquales, & duorum Trian-

gulorum BAD , BAC , etiam Bases BD , BC , erunt Pares, Et cum duo Rectangula EBD , FCB , Aequalia sint sub Aequalibus BD , BC ; Etiam BE Aequalis fiet BF , Et reliquæ DE , CF . Quod erat intentum.

PROPOSITIO DECIMA-SEXTA.

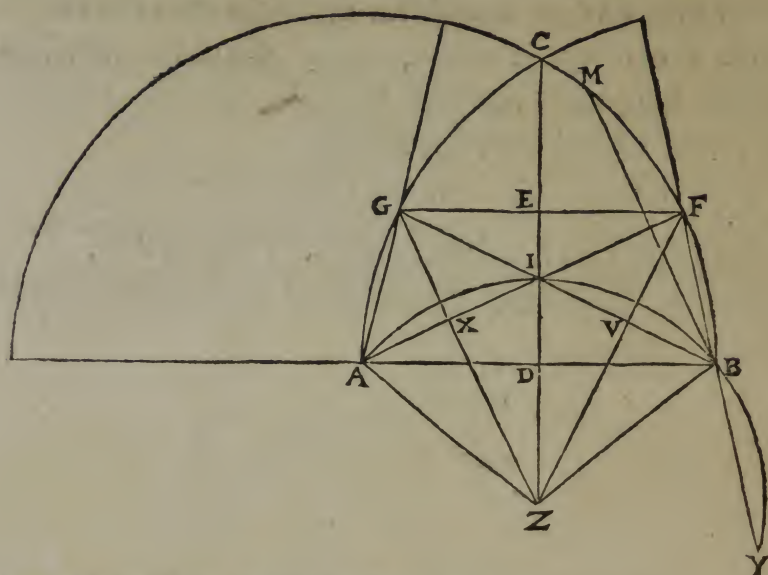
PROBLEMA DECIMUM-TERTIVM.

Heptagonum Regulare Geometricè describere, super Datam Lineam.



Sit Linea AB , & ex eius distantia à Punctis A , B , duæ Circuli portiones AC , BC , scribantur, se mutuò secantes in C , à quo Puncto demittatur Perpendicularis CD , Et Bifariam diuidatur in E , per quod Punctum ipsi AB , Parallela fiat FG , quæ Portiones Circulorum in FG secabit, & ducta AF , siue BG se secantes in I . Dico Triangula ABG , ABF , esse Isoscelia, & illorum Angulos supra Basin BF , aut AG (alter sufficit ad intentum ostendendum) esse ad Angulum Verticis in Ratione Triplâ. Facto igitur in A Centro, intervallo AB , scri-

F ij

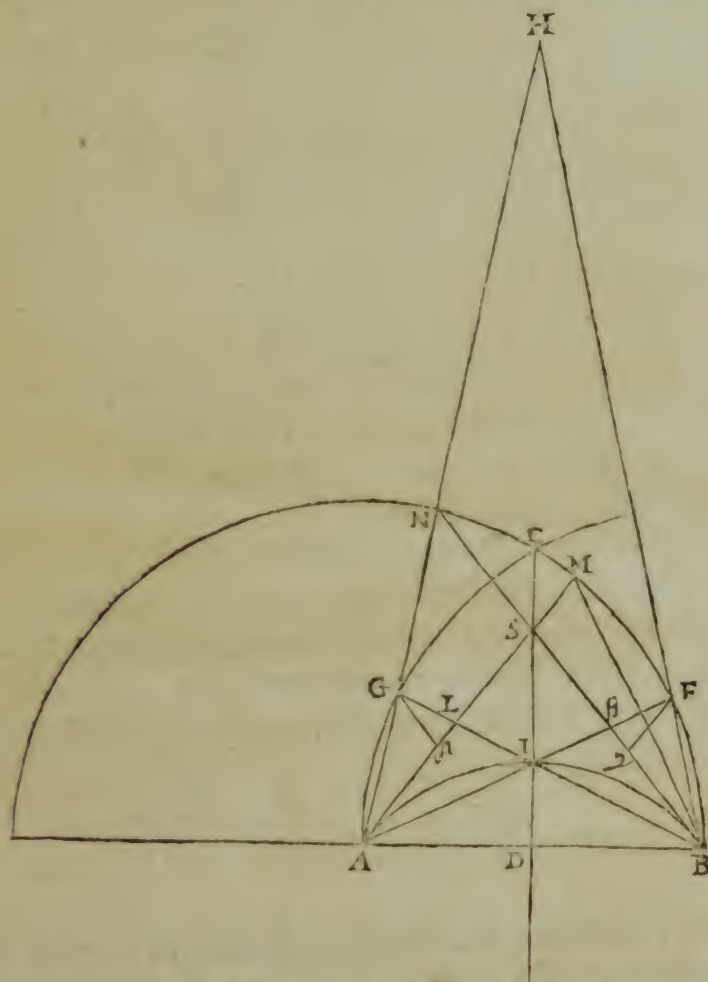


batur Circulus, in cuius Peripheriâ ponatur FM, Æqualis BF. Erit BM Latus quæsitæ Heptagoni. Iterum scribatur alter Circulus circa Triangulum AIB, cuius Centrum Z, & producatür FB in Y, & ad Centrum ab eodem Puncto F, sit alia FZ, sicut ex G, alia GZ, & cum Triangula GEZ, FEZ, Æqualia sint, Quod faciliè probari potest, & eorum Dupla, nimirum Quadrilatera BFIZ, AGIZ: Et cum AI, IB, Æquales sint, earum Semisses Æquales erunt. Ergò Linea FV, diuidit Bifariam IB. Ergò ex Lēmate, Lineæ FA, FY, & partes earum, tum intra, tum extra Circulum Æquales fient. Sed in Triangulo ABI Isoscele, Angulus BIF Externus, Duplus est vtriuslibet Interni, & Oppositi IAB, aut IBA. Ergò Angulus FBI, erit etiam Duplus eiusdem IBA. Totus igitur FBA Angulus, Triplus sit Anguli IBA, siue IAB. At in Isoscele, Anguli supra Basin Æquantur. Igitur in A facto Centro, & Interuallo AB, si scribatur Circulus, Chorda BF, quæ Angulo in Centro A opponitur, erit Pars Decima-quarta Circumferentiæ, Et eius Dupla BM, Septima Circuli

Pars. Circumducatur & BM Septies, habebitur Heptagonum legitime, Geometricè, ac regulariter scriptum. Quod erat faciendum.

CONSECTARIVM.

IN eodem Schemate, non vno tantum modo Heptagonum habemus; sed plura sunt Triangula, ad



efformandum illud idem Heptagonum apta. Nam
præter duo BAF, ABC , ductis Lineis AC, BF , Nouum

PROPOSITIO DECIMA-SEPTIMA.

PROBLEMA DECIMVM-QUARTVM.

Enneagonum Regulare Geometricè describere.

EX suprà à nobis Demonstratis, hoc adeò facile efficietur; ut vix, quod reliquum est, inter Problemata locum habere debeat.

Descripto Circulo, statim habetur Hexagoni Latus; Deinde Arcus, siue Angulus ACD , secetur Trifariàm, ut Pars Tertia sit AF , quæ erit Enneagoni vnum Latus. Et quùm id clarissimè pateat, nouâ non eget Demonstratione.



ADNOTATIO PRIMA.

Quùm de Heptagono disputaret Kepplerus, verum esse asserbat, ad inscriptiones Figurarum, Spe-

ciosam Logisticen Geometris parùm adferre subsidii; Et Opus Algebricum nihil prodesse, vt Lineas quæsitas in Circulo exhibere possent: in quo sanè ab eo minimè dissentimus. Inueniunt enim Algebrici quotquot Media libuerit inter Extrema in Analogiâ continuâ; At in Magnitudine Lineari quæsitam Quantitatem numquam assignabūt: Continetur enim sub involucris Potestatum Graduūve: At in Numeris determinare accuratè Facultas Numerorum recusat. Quando proponunt igitur Algebristæ,

$$3. N - 1. C.$$

$$5. N - 5. C. + 1. Q. C.$$

$$7. N - 14. C. + 7. Q. C. - 1. Q. Q. C.$$

vel simile aliquod compositum pro diuisione alicuius Numeri, accuratum nequeunt exhibere Quotum: Sed quum Magnitudini Continuæ à Symmetriâ nihil officiat penitus, Lineas benè accuratas trademus, ex diuisione Angulorum; ita vt Canones Sinuum, & alios ab ijs deriuatos Geometria absoluat. Ars itaque Angulos diuidendi Vietæ Inuentori omninò referatur.

ADNOTATIO SECVNDA.

INstituti non est nostri hîc eiusmodi Algebrica Præcepta exponere, quæ abundè ab alijs publicè habentur. In Figurâ autem Corollarij superioris, si Duo Triangula Similia ABF , $BF\beta$, aliud Simile assumant; & more Analystarum, ponatur AB Semidiameter, Vnitas Prima Proportionalium. Et BF Secunda, quæ dicatur $1. N.$ seu $1. R.$ Tertia Proportionalis Continua fiet $F\beta$ & signatur $1. Q.$ siue $1. 3.$ Quarta erit $\beta\gamma$, & notabitur $1. C.$ Quare si Tres Lineæ Æquales $1. N.$ siue BF , continuentur in

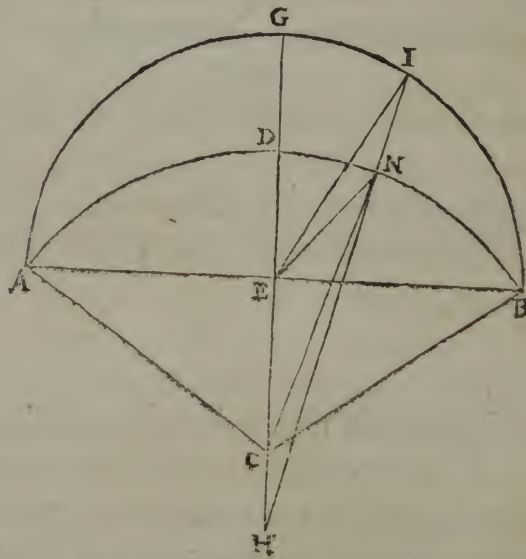
50 SUPPLEMENTI VIETÆ; AC
 stione est supponunt: ita ut si Angulum Trifariam,
 Quintum, aut Septufariam, vel quâcunque velint diui-
 sione perficere per suas Potestates, nunquam ad Con-
 tinuum deuenire possunt, etsi quàm proximè. Nos
 verò qui Geometrica Geometricè exponenda censemus,
 diuisiones etiam Angulorum per Plana omninò per-
 ficiendas proponimus, Nouâ quidem Methodo. Et
 Primum de Trisectione sit Problema.

PROPOSITIO DECIMA-OCTAUA.

PROBLEMA DECIMUM-QUINTVM.

*Angulum Rectilineum Trifariam Nouâ Methodo
 Geometricè secare.*

SIt Angulus quilibet Planus ACB, quem oporteat in
 Æquas Partes Trifariam secare. Iungatur AB, quæ in
 E Bifariam diuidatur. Scribatur Semicirculus Centro E &



intervallo AE , aut EB , Et in Peripheriâ ponatur BI , Pars Tertia, quod unicâ fiet aperturâ Circini Geometricè. Ductâ verò alterâ Diametro, CE , in C producat^{ur} etiam in oppositam partem, ita ut EH \AA quetur EG , à Puncto H iungatur HI , secans partem Peripheriæ ADB , siue Anguli C Dati, in N . Dico quòd Angulus ACB erit sectus Trifariâ à Lineâ CN , ut Angulus BCN , Tertia fiat Pars Anguli ACB , iungantur Lineæ EN , CN . Quoniam igitur Lineæ EI , EH , \AA quales sunt, Anguli supra Basin H , & I \AA quantur, quos Externus GEI adæquat, Si apponatur Angulus NEI , erit totus Angulus DEN , \AA qualis Tribus EHI , EIN , NEI . At duobus hisce postremis est \AA qualis Angulus ENH . In Triangulo igitur ENH , Anguli ENC , CNH , ENH , \AA quales sunt Externo Angulo DEN . At duos Posteriores CNH , ENH , adæquat Externus Angulus ECN . Igitur Externus Angulus DEN , \AA qualis est Duobus Internis, & Oppositis ECN , ENC . Ergò Angulus DCN , ad N Punctum cum Lineâ HI , conuenit. Ideò quæ Pars est Angulus GEI , Semicirculi AGB , Eadem Pars erit Angulus DCN , Peripheriæ ADB , siue Anguli ACD . Et quæ Pars IEB , Semicirculi, Eadem Pars NCB , Peripheriæ ADB . Sed IEB , Pars est Tertia Semicirculi. Ergò & Arcus NB , siue Angulus NCB , Peripheriæ ADB , siue Anguli ACD , est Pars Tertia. Igitur à Lineâ HNI , Tertia Pars Anguli Dati secatur. Et factum est quod oportuit.

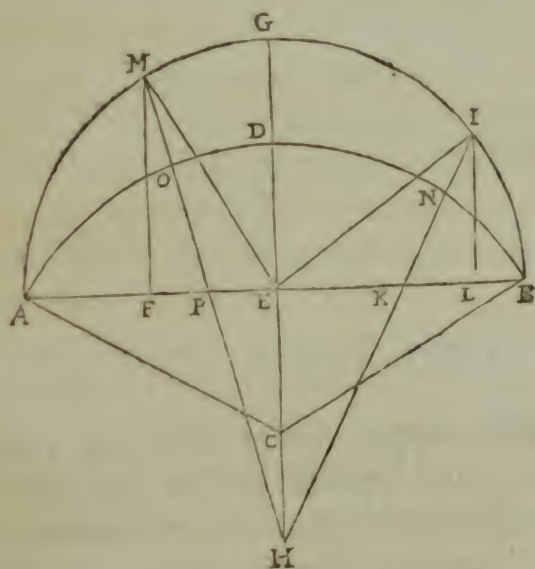
GEOMETRIÆ INSTAVRATIO. 53
quotas efficietur, cùm in eadem Semicirculum prius
secare nouerimus.

PROPOSITIO VIGESIMA.

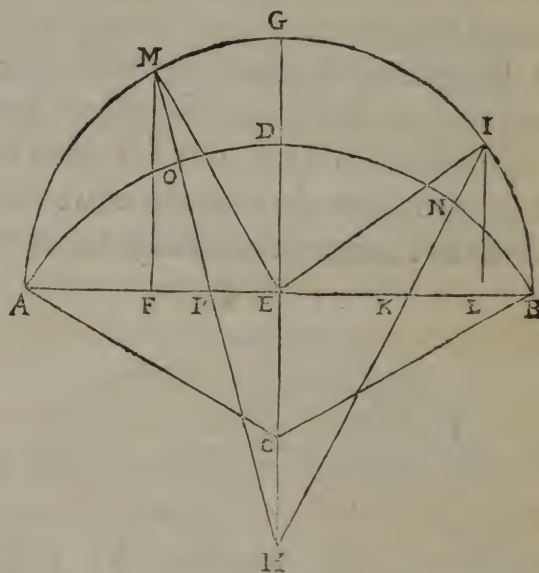
THEOREMA QVARTVM.

*Angulus Rectilineus in Quotvis Partes secari contin-
gat, Diuisionum Lineæ in unico Peripheriæ conue-
nient Puncto.*

SIt Angulus Rectilineus quilibet ACB, diuisus Quin-
tufariam, & iterum diuisus Trifariam, Lineis HI, &
HM. Dico has Lineas omnes concurrere in Puncto co-
dem H. In Peripheriâ Circuli eiusdem, sint æquales,
aut fiant AC, CB, & ducta AB Bifariam secetur in E,
scriptoque Semicirculo AGB, in eo Tertia sit assumpta
Pars AM, cui respondeat de Angulo ACB, Tertia AO, &
de Quintâ illius BI, huius sit Relatiua BN. A Punctis M I,



Perpendiculares demittantur MF , IL , iunctisque ME , IE ,
erunt Anguli EMF , BIL , Bifariam à Lineis MH , IH di-
uifi: Quod facile probabimus. Triangula enim HEK ,
 ILK , Similia sunt, & vi Parallelarum HE , IL , Anguli EHI ,
 LIK Æquales. At Æquales sunt EKI , EIH . Ergò EIL , diui-
ditur Bifariam Lineâ HI . Similiter & eâdem formâ pro-
babitur de altero EMF , & de quocunque alio Angulo.
Igitur duo Anguli EMH , EIH , Æquantur Angulo MHI .
Sed MEI , in Centro Duplus est Angulorum EMH , EIH .
Ergò Duplus Anguli MHI . Ideò Angulus MHI , in Peri-
pheriâ erit eiusdem Circuli. Quod erat propositum.



CONSECTARIVM.

Generalius itaque verum erit, non tantum quum Angulus in Aliquotas Partes, vt diximus, diuidendus fuerit: sed in aliâ quacunque Diuisione Analogicâ ad Genus Planorum Effectio spectet. Imò etsi Asym-

metra Diuifio accadat; nihilominùs noſtrâ hac Metho-
do efficietur. Hinc prorfus reiecta adparet ſententia Pap-
pi, & aliorum aſſerentiû Analogicam diuiſionem Anguli
Plani, ad Lineare ſpectaſſe Genus; & Triſectionẽ ad Soli-
da. Quod omninò falſum ipſa manifeſtat Conſtructio.

ADNOTATIO PRIMA.

SI nouus Arcus circa AB describeretur Centro facto
inter H & B, neque in H, aut in c, Angulus minue-
retur, vel augetur ACB; nihilominùs ex eadem HI,
auferretur, tam ex nouo Arcu, quàm ex ADB, imperata
Pars. Quare ante totius Anguli determinationem vi-
detur Pars auferri poſſe imperata. Quod ad Paradoxi
naturam accedit.

ADNOTATIO SECVNDA.

PRæceptis Arithmetices inſtructi, & quouis Artificio
Logiſtices; dum ad condendos Canones Sinuum ſe
conferunt, Præciſionem obtinere nequeunt, Aſymme-
triâ id prohibente, quæ quidem Geometriæ non offi-
cit: Ideò Lineas exhibebunt deinceps Geometriæ be-
nè accuratas, & Triſectione, Quintûve Sectione Æqua-
le, nec vlteriùs neceſſe erit progredi. Quantum poſtea
ad vſum ſpectat, Arithmeticen Geometriæ præſtare li-
benter concedimus. Quod quidem hâc etiam Metho-
do exequi licebit, vt aiebat Vieta,

1. Ex Sectione Hypothenici Lateris, Mediâ, ac Extre-
mâ Ratione, dabitur Perpendicularum Partium xvij°.
2. Et ex eo per Quintuſectionis opus, Perpendicu-
lum inuenietur Partium iij°. xxxvj°.
3. Ex opere Triſectionis, habebitur Perpendicularum
Partium xx°.

4. Et hinc iterum Trifecando, Perpendicularum Partium $vj^{\circ}. xl'$.

5. Deinde per Bisectionis opus, Perpendicularum Partium $iiij^{\circ}. xx'$.

6. Ex Differentiâ Perpendicularorum Partium $iiij^{\circ}. xxxvj'$. & Partium $iiij^{\circ}. xx'$. dabitur Perpendicularum xvj' .

7. Et ex repetitâ inde Bisectione habebuntur Perpendiculara pro Minutis Primis, $8'. 4'. 2'. 1'$.

Et si placet, ulterius iisdem opportunis Effecti-
bus, ad Minutiora progredi poteris: ostendisse sufficiat,
Geometricè, ad omnimodam Præcisionem Canonem
extrui posse. Quod hætenus erat ignoratum.

PROPOSITIO VIGESIMA-PRIMA.

PROBLEMA DECIMVM-SEPTIMVM.

*Duas Medias inter Extremas Lineas, in serie Qua-
tuor Proportionalium, Geometricè reperire.*

ANtiqui Sapientes ad hoc Problema referebant, &
meritò, illud Famosum de Cubi Duplicatione;
quod quidem à nemine hætenus Geometricè absolu-
tum fuerat, quanquàm per genera diuersa: Quæ omnia,
vt à legibus exorbitantia Facultatis, non admiserunt syn-
ceriores Geometræ: Et nos simul cum Vietæo Postula-
to reiecimus, ostensuri per germana Principia, & faci-
lè perfici posse, vt sequitur.

Sint itaque Extremæ Data z , & x Lineæ, inter quas
oporteat Medias inuenire in Analogiâ Continuâ.

Ex Semisse z , tanquam Semidiametro, Circulus fit
 BCL , in quo posita BC , Æqualis x Minori expositæ, &
Duplicetur in DC : ita vt BD , Dupla sit BC . Deinde per
Centrum.

culi. Ergò HI, ipsi Semidiametro KA, vel BA Æqualis. Quare à Puncto A, extrà ducta est Linea AH, & Pars eius HI, intercepta à duabus Lineis BC, BH, Æquatur Semidiametro. Et hoc Geometricè instauratum, erat Demonstrandum: Quod Vieta, Herigonius, & alij per Postulatum, siue Mechanicè deducebant.

Et insequentibus pro Complemento assumptæ Propositionis, Authores illi secundum Geometriæ Regulas procedunt, dicuntur Proportionales esse continuè KL, BH, KH, BC: quarum Extremæ KL, BC, fuerant Datae, reliquæ duæ inuentæ, & quidem Geometricè BH, HK. Quoniam enim DA, BC, Parallele sunt constructæ, ideò est HI, ad HB: ita AI, ad DB. Est autem HI, ad KL: sicut BC, ad BD, Simpliciter ad Duplum. Quare est ut KL, ad HB: ita AI, ad BC. Ipsi autem AI, addatur HI, & auferatur KA, quas Æquales esse Demonstrauimus. Igitur à Puncto H, extra Circulum sumpto, sunt duæ Rectæ ipsum secantes, & quod sub Exterioribus earumdem Partibus videlicet HB, & HK, fit, Æquale est ei Rectangulo quod fit sub Interioribus Partibus KL, & BC. Ergò Exteriores Partes permutatim acceptæ sunt continuè Proportionales, nimirum KL, HB, HK, BC. Datis igitur Duabus Extremis Lineis z, & x, Duæ sunt Mediæ in Analogiâ Continuâ inuentæ. Quod erat faciendum.

AD NOTATIO.

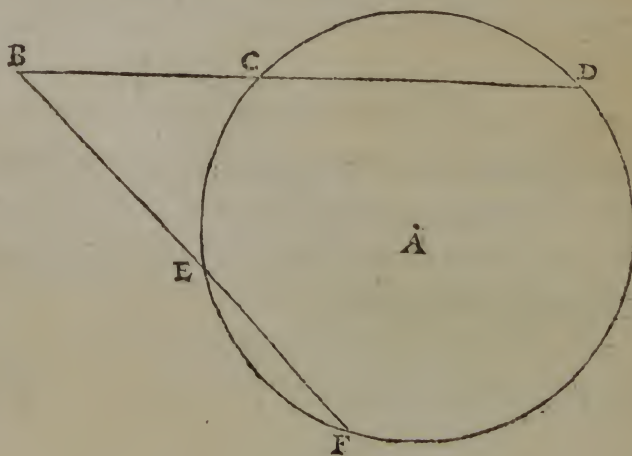
AD comprehensionem præmissæ completam, necessarium est Propositionem iv. Supplementi Vietæ subnectere, quam non assumpsit in suo Algebræ Supplemento Herigonius, & fit.

LEMMA TERTIVM.

Si Duæ Lineæ Rectæ à Puncto extra Circulum eductæ ipsum secent, quod autem fit sub Partibus Exterioribus eductarum, Æquale sit ei quod fit sub Interioribus, Exteriores Partes permutatim sumptæ sunt Proportionales continuè inter Partes Interiores.

SVb A Centro descriptum Circulum secent duæ Lineæ Rectæ à Puncto B , vna quidem in Punctis CD , altera in EF , vnde Exteriores Partes secantium sint BC , BE . Quod autem fit sub BC , BE , Æquale sit ei quod fit sub DC , FE , Interioribus Partibus. Dico inter DC , & FE , Proportionales esse continuè BC , & BE , assumendo eas permutatim, vt videlicet Interiorem Partem primæ secantis, Pars sequatur Exterior secantis secundæ, vel Interiorem Partem secundæ Pars Exterior primæ, nempe esse, vt DC , ad BE : ita BE , ad BC : & ita BC , ad EF .

Quoniam enim id quod fit sub CD , & EF , Æquale est, ex Hypothesi, ei quod fit sub BC & BE : ideò est vt CD , ad BE :



ita BC, ad EF, & per synæresin, ut CD, ad BE: ita BD, ad BF. Sed ex ratione constructionis est BE, ad BC: sicut BD, ad BF. Ergo est ut CD, ad BE: ita BE, ad BC: & consequenter BC, ad EF. Quod erat Demonstrandum.

PROPOSITIO VIGESIMA-SECUNDA.

PROBLEMA DECIMUM-OCTAVVM.

Cubum Duplicare, aut in aliâ quâvis Datâ Ratione exhibere.

DEntur Duę Extreme Lineę A, B, in Duplâ Ratione, & ex præmissis Duę Medię in Analogiâ continuâ reperiuntur C, D, & cùm ex Elementis habeatur, quę ratio Extremarum Quatuor Proportionalium in Geometricâ Analogiâ: eadem est Solidi super Primam ad Simile Solidum super Secundam. Si igitur A, & B, Extremę sint in Duplâ, aut aliâ quâcunque ratione, etiam Cubus super Primam, ad Cubum super Secundam fit in eadem ratione Duplâ, vel in aliâ Datâ. Cubi namq; sunt prorsus Similes Solidi. Igitur factum erit quod oportuit: & si Extremę



61 SUPPLEMENTI VIETÆ, AC
in diuersâ exponantur Ratione, pariter Solida super Pri-
mam, ac Secundam in eâdemmet resultabunt.

ADNOTATIO.

Problema hoc illud est toties à multis decantatum,
vel pro Glauci Sepulchro, vel pro Arâ, Regis, aut De-
liaci Oraculi iussu Duplicandis Propositum: ambo enim
erant Figuræ Cubicæ, & illâ eâdem seruatâ nesciuerant
Artifices Duplum exhibere: A Geometriâ namque in-
uentio Duarum Mediarum petenda erat, & quidem
Geometricè. Quod ante nostra hæc pauca, à nemine
præstitum fuerat.

Hiscæ itaque expositis perfecimus ea, quæ initio eramus
polliciti, vt patet. Interim vnum, vel alterum subnecte-
mus Problema emendatum: vt deinceps qui nostro
fruuntur otio, maiorem ad plura emendanda facilitatem
consequantur.

PROPOSITIO VIGESIMA-TERTIA.

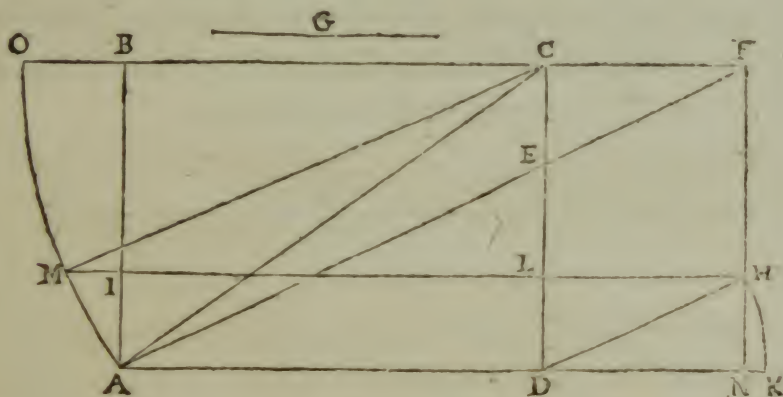
PROBLEMA DECIMVM-NONVM.

*Dato Parallelogrammo Rectangulo ABCD, & Externâ
Lineâ G; oporteat ex Angulo A, Rectam ducere Li-
neam in oppositum Latus DC, vt productæ occur-
rens BC, Externa Portio EF, fiat equalis G Data.*

Est Pappi Libro IV. Collectionum, Propositione xxxj.

Ducatur Diameter AC, & Angulus ACB, secetur Trifa-
riam Lineâ MC, vt Pars Tertia fiat ACM, & à Puncto
M, ducatur MH, Æquidistans AD, siue BC, & in productâ
AD, sumatur DK, Datæ Lineæ G Æqualis: Facto deinde Cen-
tro D, interuallo G, Portio Circuli HK, scribatur occurrens

Lineæ MH , in Puncto H , & ab eodem ducatur FHN Parallela Lateribus AB, DC , quam cum BC productâ, conuenire manifestum est: concursus sit in F Puncto, & iuncta AF , secans DC in E . Dico quòd EF , Æqualis est G , & efficit Problema. Compleatur Figura $ABFN$, cuius Diameter AF , & Æqualis illi altera BN , Triangula CEF, DLH , sunt Æqui-angula: quod quidem ratione Parallelarum faciliè probabitur. At in Quadrilatero $DEFH$, Duo Latera DE, HF , Æqualia sunt: sicut & in altero $CFHL$, Duo FH, CL . Igitur & DE , & CL , Æqualia erunt. Ideòque in iisdemmet Triangulis CEF, LDH , Latera erunt omnia sibi inuicem respondentia, Æqualia: & EF , ipsi G , Æqualis fiet. Quod erat Demonstrandum.



ADNOTATIO.

PRæmissa Demonstratio alijs medijs posset institui: At nos breuitati studentes omittimus. Cæterùm Pulcherrimum hoc Problema per Solida, scilicet Conicas Sectiones, Pappus demonstraui: adeò vt in D Puncto, Vertex Hyperboles describendæ fieret, cuius Asymptoti $AB:BC$, Et per 12^{am}. Libri Secundi Apollonij, complementorum AL, CE , probat æqualitatem. At verè in Plano

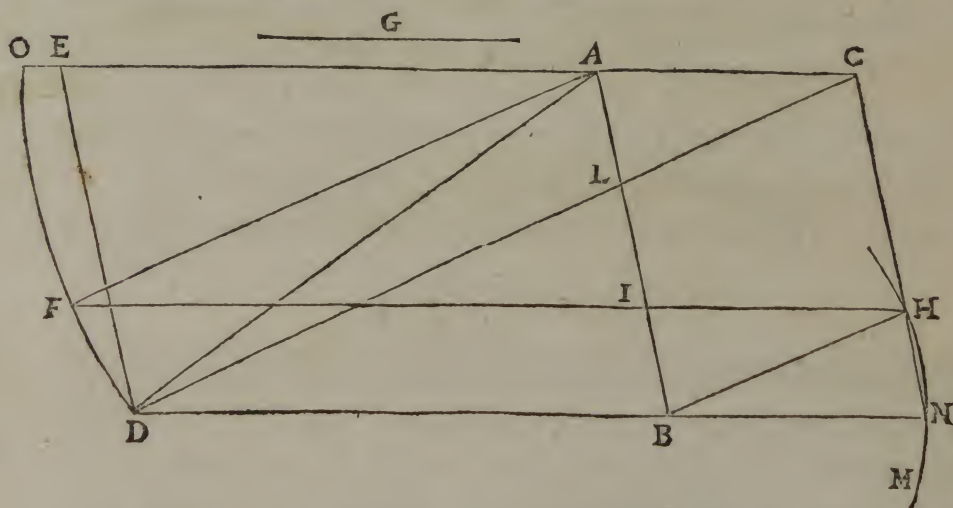
Conicæ Sectiones describi Geometricè simpliciter non conceduntur: Nostra autem constructio omnem rejicit scrupulum, vt patet: & ex hac Propositione, Vietæi Postulati Geometrica ostendetur Effectio, vt sequitur.

PROPOSITIO VIGESIMA-QUARTA.

PROBLEMA VIGESIMVM.

Datis Duabus Lineis Rectis Angulum quemcunque facientibus, & positione Puncto extrâ, Datâ etiam Lineâ Magnitudine possibili, hanc inter Datas Lineas à Puncto Geometricè aptare.

Sint Lineæ AB, AC , Angulum BAC efficientes, & Punctum extrâ D , positione: à quo ducenda Linea fit, cuius Pars inter illas sic aptari opus fit, vt opponens Angulo BAC , Pars Æquetur Datæ Lineæ G .



Ducantur à Puncto D, Parallelæ DB, DE, ipsis AC, AB: ducatur etiam DA. Et Angulus DAE, diuidatur Trifariam, vt suprà abundè Demonstratum est. Et Pars Ter-

tia fiat Angulus, Arcui DF , competens: & à Puncto F , ducatur FH , Parallela ipsis AC , siue DB : & Centro facto B , cum intervallo Datae G , Portio Circuli scribatur MH , quam ipsa FH , in Puncto H intercipiat, à quo Puncto H , fiat CHN , Parallela ipsi AB , quæ quidem in productam EA , occurrat in C . Ducatur deinde ex D , in C Punctum, Linea DC , cuius Pars CL , quæ Angulo CAL , subtenditur, erit Æqualis G Datae Lineæ: nam inter Parallelas AB , CH , super eadem Basi Duo sunt Parallelogrammata $ACHI$, $LCHB$, Æqualia cum necessariò sint, à quibus si quod illis commune est Trapezium $CLIH$, auferri intelligatur, relinquentur Triangula Duo ACL , IHB , Æqualia: quæ etiam, ut ex ipsa Constructione patet, Æquiangula sunt. Latera igitur eorundem Homologa, Æqualia erunt: hoc est, CL Æqualis fiet Lineæ BH , siue Datae G Externæ. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIGESIMA-QUINTA.

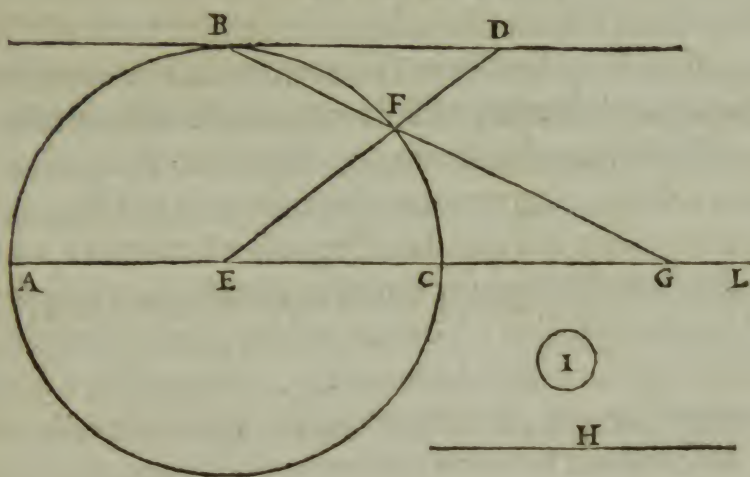
PROBLEMA VIGESIMVM-PRIMVM.

Circulo Dato, & Lineâ Rectâ Tangente Circulum: possibile est à Centro Circuli ducere Rectam ad Tangentem, ita ut quæ Recta fuerit inter Tangentem, & Circuli Circumferentiam, ad Radium Circuli, Minorem Rationem habeat, quàm Circumferentia Circuli, quæ est inter Contactum, & Productam ad Datam cujuscunque Circuli Circumferentiam.

Est Archimedis Libro de Spiralibus, Propositione V.

Detur Circulus ABC, qui tangatur Lineâ BD, in B. Detur autem, & Circellus I. Ducatur per E Centrum, Linea AEL, Æquidistans BD, & sit Linea H, maior Circuli Peripheriâ I: tum à puncto B, Contactus trajiciatur BFG, occurrens Lineæ AL, ita ut Pars FG, quæ cadit intra Convexum Circuli, & eductam Diametrum Æquetur ipsi H. Denique à Centro E, per F, egrediatur Linea EFD, incidens in Tangentem. Dico Lineam FD, inter Tangentem, & Circuli Circumferentiam esse ad Radium FE, in Minori Ratione, quàm Arcus BF, ad Circuli I, Circumferentiam. Anguli enim ad F, qui ad Vertices sunt Æquales: Tum alterni DBF, EGF. Proinde Triangula BFD, EFG, Æquiangula sunt, & Latera Proportionalia habent: ita ut DF, se habeat, ad FB: vt FE, ad FG: & vicissim DF, ad FE: vt BF, ad FG: Habet autem BF, ad FG Minorem Rationem, quàm

Arcus FB , ad eandem FG , quia Recta Minor est Arcu quem subtendit. Ergò DF , ad FE , est in Minori Ratione, quàm Arcus BF , ad FG , seu ad Æqualem H . Atqui H , Maior est Peripheriâ Circuli I .



Et ex consequenti Arcus BF , adhuc Maiorem habet Rationem ad Dati Circuli I , Circumferentiam, quàm DF , ad FE . Et hoc erat demonstrandum.

ADNOTATIO.

INter limites consisteret Geometriæ, Problema hoc, si à Puncto B , in eductam Diametrum ita collocaretur FG , vt Æqualis fieret Datæ H . At in eiusmodi Effectiōne diminutus Author nobis est, ibi tamen aliquid ampliùs extare debuerat, quod nos latet. Eutocij Scholia non habentur: Et Eruditissimus Fredericus Commandinus, qui Commentatoris partes suscepserat, hæc, vel tantâ dissimulatione pertransijt; quod quidem mirum videtur, ex eo quòd ingenuus, & accuratus vbique visus fuerit. Successit Elegantissimus

David Rivalentus à Flurantiâ qui eadem recognouit, & in Scholio huius Propositionis, hæc adnotauit;

Lineare est hoc Problema, nec verè Geometricè soluitur, sed quidem Mechanicè: verùm hoc visum est esse satis Archimedi: cùm non in sequentibus, hoc Problemate aliud Problema habeat soluendum, sed sibi tantùm opus sit in quibusdam Theorematibus demonstrandis, in quibus rem esse posse, demonstrasse sufficit: esse autem possibile facere Lineam FG, Æqualem Propositæ H, liquidò constât, cùm tandem aliquo modo perficiatur.

Hæc Rivalentus, qui quodam Preposito Lemmate, ad Nicomedis Conchoïden se conuertit, vt aliquo (vt ipse asserit) modo absoluat: Verùm in hoc, quòd Problema eiusmodi genere suo Lineare sit, admodùm à scopo digreditur, & ipse, & cæteri omnes, quicunque in eandem descendunt sententiâ: nam de Planorum omninò familiâ illud est, vt planissimè ostendimus. Quòd autem hætenus ab alijs non sit Geometricè solutum in integrum, verissimum quidem est: At per partes, iam effecerat Vitellio, in suo Optices Thesauro ad Propositionem 128. Primi Libri, & in casu eodem quo vtitur Archimedes, scilicet Puncto Dato in Vertice Quadrantis. Quod & adnotauerat etiam Commandinus ad Propositionem 30. Libri Quarti Collectionum Doctissimi Pappi. Defecerat deinde Vitellio ad eiusdem Libri Propositionem 130. dum generaliter illud idem tentasset tradere. At nulla interim, inquam, videbatur ad soluendum Geometricè repugnantia, & apud Archimedem extitisse Methodum fas est censerî, & modò ex nostris abundè habebunt harum studiosi superiùs.

Cæterùm cùm Vieta suum Geometriæ Supplementum claudat, & nos verbis ijsdem conceptis claudere conuenit.

CONSECTARIVM GENERALE.

Generaliter id verum est, opere saltem alterutro, vel constructionis Duarum Mediarum continuè Proportionalium inter Datas, vel Sectionis Anguli in Tres Partes Æquales, omnia Problemata, alioqui non solubilia, explicari, in quibus Cubi Solidis, vel Quadrato-quadrata Plano-planis sine adfectione, vel cum adfectione adequantur.

ENimverò ostensum est in Tractatu de Æquationum Recognitione, Æquationes Quadrato-quadratorum ad Æquationes Cuborum reduci.

Cubos verò adfectos sub Quadrato, ad Cubos adfectos sub Latere.

Rursus, adfectos Cubos, sub Latere reduci ad Cubos Puros.

Adfectos verò Cubos, sub Latere negatè, ita demùm reduci ad Puros, cum Solidum, à quo adficitur Cubus, negatur de Cubo, & prætereà Triens Plani coëfficientis, cum Latere adficiens Solidum cedit Quadrato Semissis Latitudinis oriundæ ex adplicatione adfecti Cubi, ad prædictum Trientem.

In Cubis igitur Puris, utpotè cum A , de quâ queritur, Cubus proponitur Æquari B Quadrato in D , intelligentur B , & D , Extremæ in serie Quatuor continuè Proportionalium, & harum A , de quâ queritur esse Secunda.

In Cubis autem ita adfectis, sub Latere negatè, ut Triens Plani coëfficientis, cum Latere adficiens Solidum præstet Quadrato Latitudinis Semissis oriundæ ex

adplicatione adfecti Cubi ad prædictum Trientem, utpotè, cum A Cubus, Minus B Quadrato, Ter in A , proponitur Æquari B Quadrato, in D Bis, & B præstat ipsi D . Duo intelligentur proponi Triangula Æquicrura, & ipsa Cruribus Æqualia alterum alteri, quorum Secundi Angulus, qui est ad Basim, intelligitur Triplus ad Angulum, qui est ad Basim Primi, & Basis Secundi esse D : Crus verò B . A autem de quâ quæritur, esse Basis Primi.

In Cubis denique ita adfectis, ut ipsi de adficiente Solido negantur, utpotè, cum B Quadratum Ter in E , Minus E Cubo Æquabitur B Quadrato in D Bis, Eadem stante constructione, quæ in antecedente Formulâ exposita est, E , de quâ quæritur, fiet Basis Dimidia Primi, multatâ, continuatâve Longitudine eius, cuius Quadratum Æquale est Triplo Quadrato Altitudinis Primi.

Quòd enim in Triangulo Æquicruro Crus semper Maius sit Basè Dimidiâ, vel ex eo evidens sit, quòd Altitudo secet Basim Bifariam. Itaque Cruris Quadratum præstat Quadrato Dimidiæ per ipsius Altitudinis Quadratum.

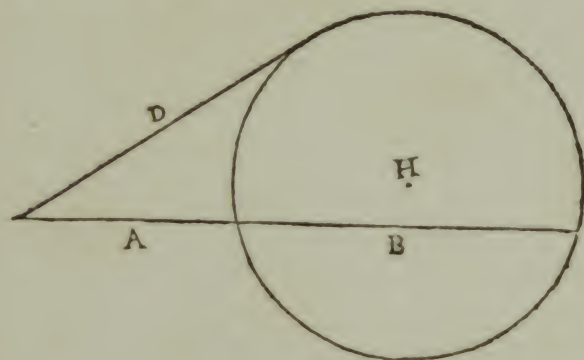
Atque adeò Duobus Problematis Æquationes Cuborum omnes, & Quadrato-quadratorum cuiuscunque adfectionis alioqui non solubiles explicabuntur, unâ inuentione Duarum Mediarum inter Datas, alterâ Anguli Dati in Tres Æquales Partes Sectione. Quod animaduertisse fuit operæ-premium.

APPENDIX.

PROBLEMA.

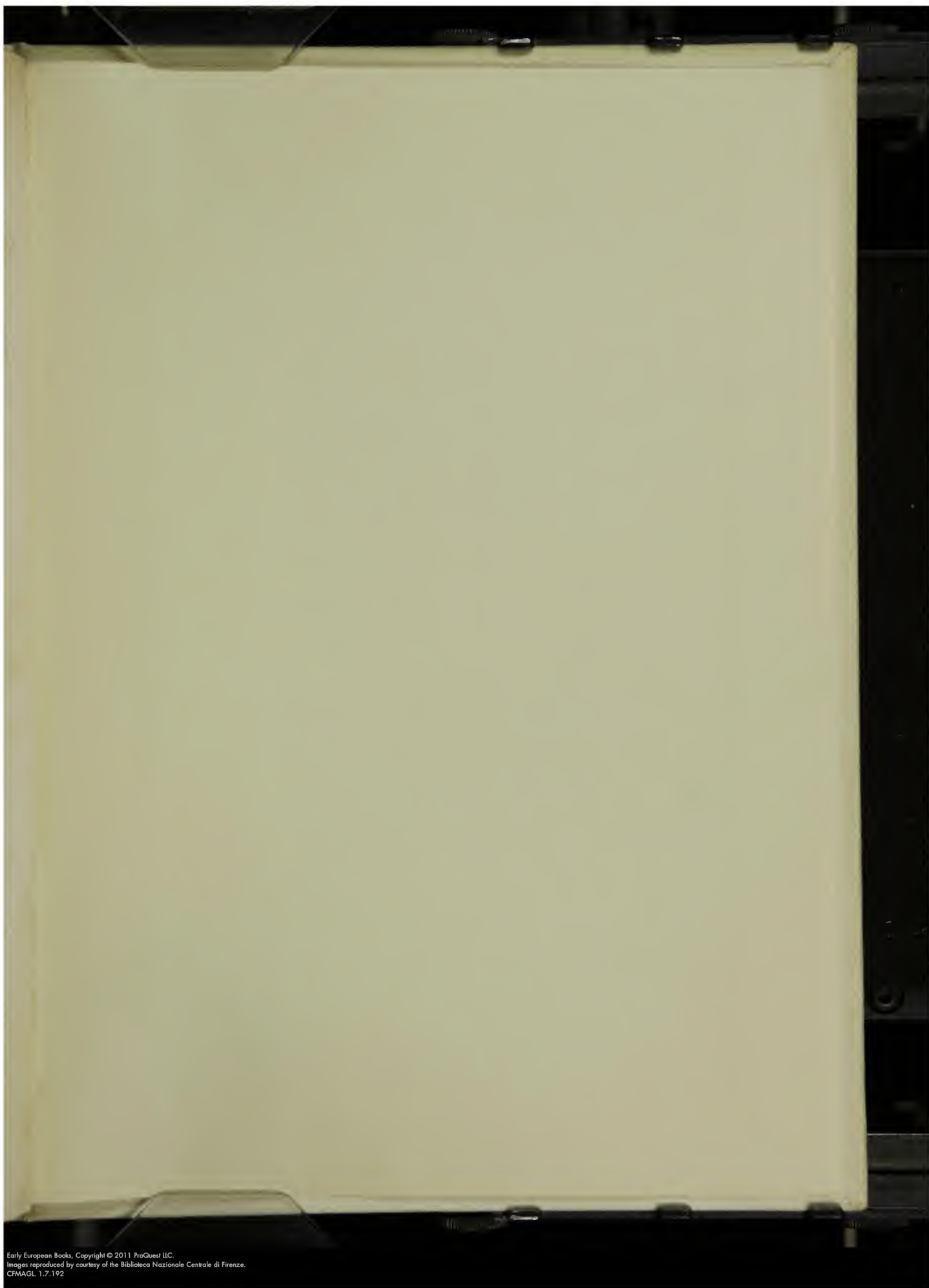
*Si adplicanda sit in Circulo Linea non Major Dia-
metro, à Puncto Dato Extrà.*

POnatur Circulus, cuius Centrum H , Linea in co-
ducenda Intrà \bar{A} equalis, B ; quæ Diametrum non ex-
cedat, à Puncto Extrà Dato.



Agatur Tangens Circulum, sitque D , quæ Media in
serie Proportionalium Trium continuè ponatur; qua-
rum Differentia sit B Data Linea. Et inuentis Extremis,
Maior sit AB . Factum erit quod oportuit. Nam AB , D ,
 A , erunt Proportionales. Demonstratio ex ipsis Ele-
mentis statim habetur.

FINIS.



005644714

KONSERVIERT DURCH
ÖSTERREICHISCHE FLORENZHLFFE
WIEN 1967

